

## Seiten 7/ 8

### Aufgaben Dreiecke

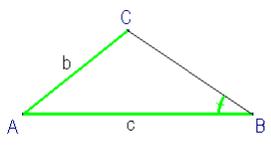
(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet. Die hier vorgeschlagenen Konstruktionswege sind nur Beispiele unter einige Möglichkeiten.)

<p>1 a) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>c = 66\text{mm}</math> (A, B markieren)</li> <li>2. <math>k_1(A, r = b = 29\text{mm})</math></li> <li>3. <math>k_2(B, r = a = 45\text{mm})</math></li> <li>4. <math>k_1</math> mit <math>k_2</math> schneiden <math>\rightarrow C</math></li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>b) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>c = 5.4\text{cm}</math> (A, B markieren)</li> <li>2. <math>k_1(A, r = b = 4.2\text{cm})</math></li> <li>3. <math>k_2(B, r = a = 3.9\text{cm})</math></li> <li>4. <math>k_1</math> mit <math>k_2</math> schneiden <math>\rightarrow C</math></li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>c) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>c = 65\text{mm}</math> (A, B markieren)</li> <li>2. <math>\alpha = 120^\circ</math></li> <li>3. <math>b</math> auf Winkelschenkel abtragen (<math>b = 56\text{mm}</math>) <math>\rightarrow C</math></li> <li>4. BC verbinden.</li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>d) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>c = 68\text{mm}</math></li> <li>2. Höhenstreifen <math>hc = 41\text{mm}</math></li> <li>3. <math>\alpha = 60^\circ</math> bei A abtragen</li> <li>4. Höhenstreifen mit Schenkel schneiden <math>\rightarrow C</math></li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>e) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>c = 64\text{mm}</math> (A, B markieren)</li> <li>2. <math>\alpha = 56^\circ</math> bei A abtragen</li> <li>3. <math>\beta = 35^\circ</math> bei B abtragen</li> <li>4. Schnittpunkt der Schenkel <math>\rightarrow C</math></li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>f) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>b = 48\text{mm}</math> (A, C markieren)</li> <li>2. <math>\gamma = 60^\circ</math></li> <li>3. <math>k(A, r = c = 45\text{mm})</math></li> <li>4. Schenkel mit <math>k</math> schneiden <math>\rightarrow B_1, B_2</math> (2 Lösungen)</li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>

Seiten 8 / 9

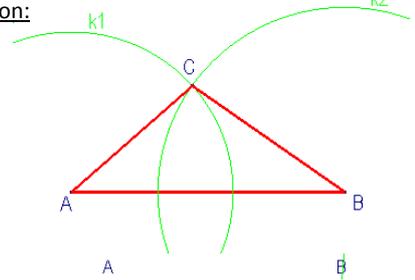
Aufgaben Dreiecke

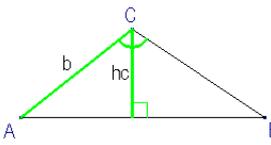
(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet. Die hier vorgeschlagenen Konstruktionswege sind nur Beispiele unter einige Möglichkeiten.)

**1 g) Skizze:** 

**Konstruktionsbericht:**

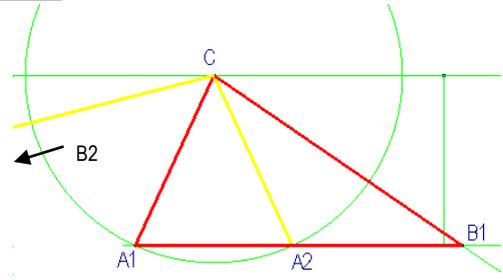
1.  $c = 63\text{mm}$  (A, B markieren)
2.  $\beta = 60^\circ$
3.  $k$  (A,  $r = b = 65\text{mm}$ )
4. Schenkel mit  $k$  schneiden  $\rightarrow C$

**Konstruktion:** 

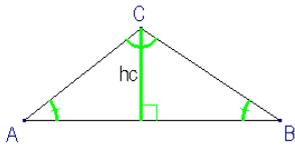
**h) Skizze:** 

**Konstruktionsbericht:**

1. Höhenstreifen  $h_c = 40\text{mm}$
2. Punkt C festlegen
3.  $k$  (C,  $r = b = 44\text{mm}$ )  $\rightarrow A_1, A_2$
4. Jeweils Winkel  $\gamma$  abtragen  $\rightarrow B_1, B_2$  (Lösung mit B2 ist falsch beschriftet, wird trotzdem angedeutet)

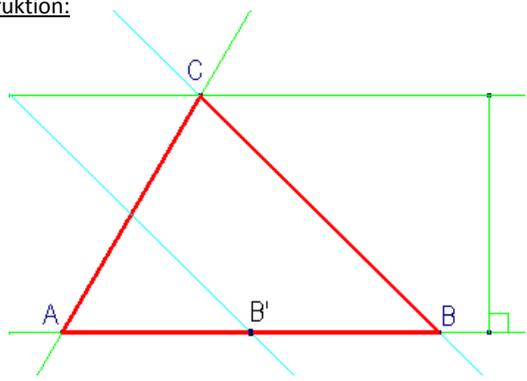
**Konstruktion:** 

**→ Start mit Höhenstreifen, wenn irgendwie möglich macht es einfacher!**

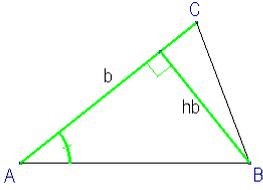
**i) Skizze:** 

**Konstruktionsbericht:**

1. Höhenstreifen  $h_c = 43\text{mm}$
2. Punkt A festlegen
3.  $\alpha = 60^\circ$  bei A abtragen
4. Schnittpunkt von Schenkel und Höhenstreifen  $\rightarrow C$
5. Hilfspunkt  $B'$  festlegen, Hilfwinkel  $\beta' = 45^\circ$  bei  $B'$  zeichnen.
6. Winkelschenkel  $\beta'$  parallel durch C verschieben  $\rightarrow B$

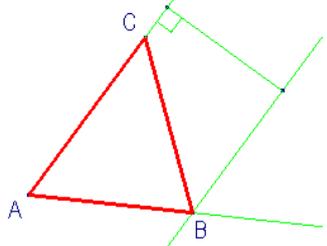
**Konstruktion:** 

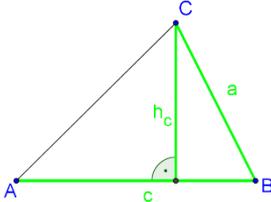
**→ Wenn nötig mit einem Hilfwinkel arbeiten (und dann parallel verschieben)**

**j) Skizze:** 

**Konstruktionsbericht:**

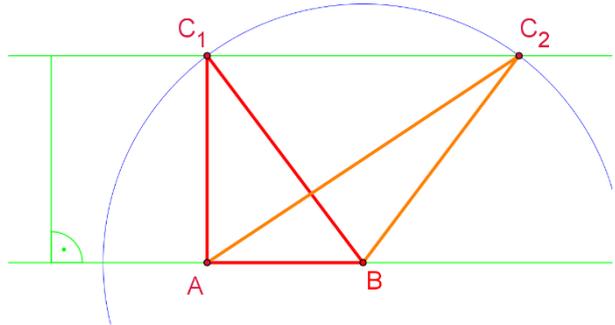
1.  $b = 41\text{mm}$  (A, C markieren)
2. Höhenstreifen  $h_b = 35\text{mm}$
3.  $\alpha = 60^\circ$  bei A abtragen
4. Höhenstreifen mit Schenkel schneiden  $\rightarrow B$

**Konstruktion:** 

**k) Skizze:** 

**Konstruktionsbericht:**

1. Höhenstreifen  $h_c = 30\text{mm}$
2.  $AB = c = 40\text{mm} \rightarrow A, B$
3.  $k$  (B,  $r = a = 50\text{mm}$ )
4.  $k$  mit Höhenstreifen schneiden  $\rightarrow C_1, C_2$  (2 Lös.)

**Konstruktion:** 

Seite 9

Aufgaben Dreiecke

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet. Die hier vorgeschlagenen Konstruktionswege sind nur Beispiele unter einige Möglichkeiten.)

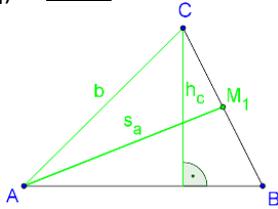
<p>l) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Höhenstreifen <math>hc = 30\text{mm}</math></li> <li>C festlegen</li> <li><math>k_1</math> (<math>C, r = a = 35\text{mm}</math>)</li> <li><math>k_1</math> mit Höhenstreifen schneiden <math>\rightarrow B_1, B_2</math> (2 Lös.)</li> <li><math>k_2</math> (<math>C, r = b = 45\text{mm}</math>)</li> <li><math>k_2</math> mit Höhenstreifen schneiden <math>\rightarrow A_1, A_2</math> (2 Lös.)</li> <li>Total 4 Lösungen, wobei hier die „falsch“ herum angeschriebenen nicht gezeichnet werden.</li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>m) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Höhenstreifen <math>hc = 25\text{mm}</math></li> <li>A festlegen</li> <li><math>\alpha = 60^\circ</math> bei A abtragen</li> <li>Höhenstr. mit Schenkel schneiden <math>\rightarrow C</math></li> <li><math>k</math> (<math>C, r = a = 27\text{mm}</math>)</li> <li><math>k</math> mit AB schneiden <math>\rightarrow B_1, B_2</math> (2 Lösungen)</li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>n) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Grundseite AB zeichnen, B festlegen</li> <li><math>\beta = 45^\circ</math> bei B abtragen</li> <li><math>BC = 46\text{mm} \rightarrow C</math></li> <li>BC halbieren <math>\rightarrow M_a</math></li> <li><math>k</math> (<math>M_a, r = s_a = 50\text{mm}</math>)</li> <li><math>k</math> mit AB schneiden <math>\rightarrow A</math></li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>o) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>AB = c = 60\text{mm}</math></li> <li>AB halbieren <math>\rightarrow M_c</math></li> <li><math>k_1</math> (<math>A, r = b = 40\text{mm}</math>)</li> <li><math>k_2</math> (<math>M_c, r = s_c = 35\text{mm}</math>)</li> <li><math>k_1</math> mit <math>k_2</math> schneiden <math>\rightarrow C</math></li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>
<p>p) <u>Skizze:</u></p>	<p><u>Konstruktionsbericht:</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>AB = c = 30\text{mm}</math></li> <li><math>\alpha = 30^\circ</math> bei A abtragen</li> <li><math>k</math> (<math>B, r = s_b = 40\text{mm}</math>)</li> <li><math>k</math> mit Schenkel schneiden <math>\rightarrow Mb_1, Mb_2</math></li> <li><math>AM_b</math> verdoppeln <math>\rightarrow C</math> (2 Lösungen)</li> </ol>	<p><u>Konstruktion:</u></p>

Seite 10

Aufgaben Dreiecke

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet. Die hier vorgeschlagenen Konstruktionswege sind nur Beispiele unter einige Möglichkeiten.)

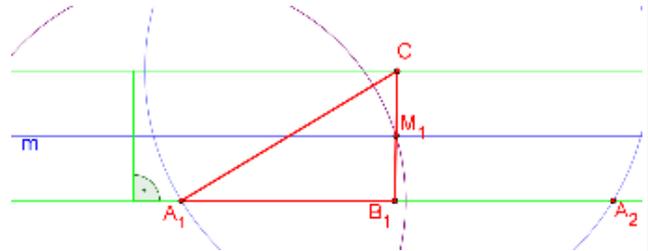
q) Skizze:



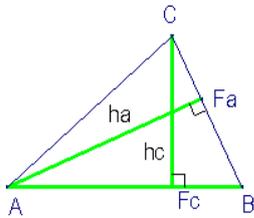
Konstruktionsbericht:

1. Höhenstreifen  $hc = 28\text{mm}$
2. Mittelparallele  $m$  des Höhenstreifens  $hc$
3.  $C$  festlegen,  $k_1$  ( $C, r=b=54\text{mm}$ )
4.  $k_1$  mit Höhenstreifen schneiden  $\rightarrow A_1, A_2$
5.  $k_2$  ( $A, r=sa=48\text{mm}$ )
6.  $k_2$  mit  $m$  schneiden  $\rightarrow M_1$
7.  $M_1C$  verdoppeln  $\rightarrow B$
8. Total 4 Lösungen möglich, allerdings mit falschem Umlaufsinn  $\rightarrow$  nicht gezeichnet.

Konstruktion:



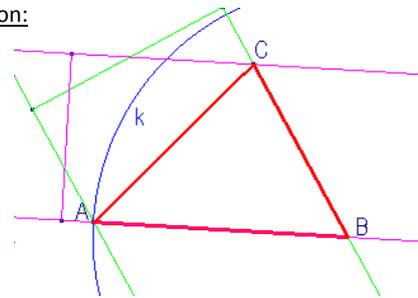
r) Skizze:



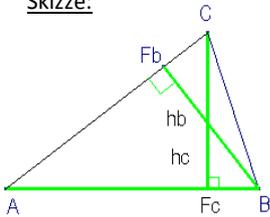
Konstruktionsbericht:

1. Höhenstreifen  $h_a = 45\text{mm}$
2.  $B$  festlegen
3.  $k$  ( $B, r = c = 53\text{mm}$ )
4.  $k$  mit Höhenstreifen schneiden  $\rightarrow A$
5. jeweils Höhenstreifen  $h_c = 35\text{mm}$
6. Höhenstreifen  $h_c$  mit Gerade  $CB$  schneiden  $\rightarrow C$
7. Hier sind eigentlich zwei Lösungen möglich.

Konstruktion:



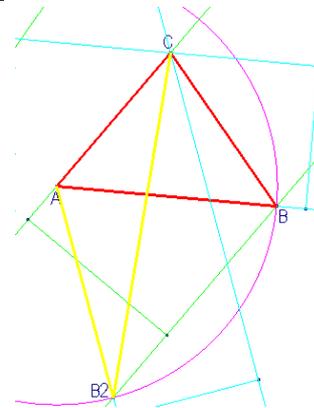
s) Skizze:



Konstruktionsbericht:

1. Höhenstreifen  $h_b = 50\text{mm}$
2.  $A$  festlegen
3.  $k$  ( $A, r = c = 61\text{mm}$ )
4.  $k$  mit Höhenstr. schneiden  $\rightarrow B_1, B_2$
5. Höhenstreifen  $h_c = 40\text{mm}$
6. Schnittpunkt der Höhenstr.  $\rightarrow C_1, C_2$  (Achtung auf richtige Position!!) (2 Lösungen)

Konstruktion:

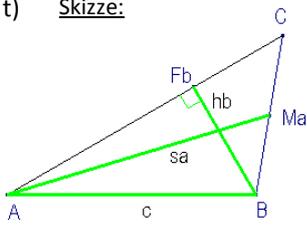


Seiten 10 / 11

Aufgaben Dreiecke

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet. Die hier vorgeschlagenen Konstruktionswege sind nur Beispiele unter einige Möglichkeiten.)

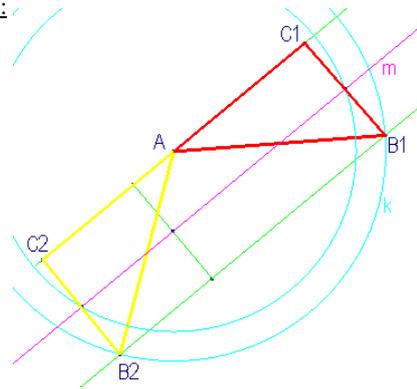
t) Skizze:



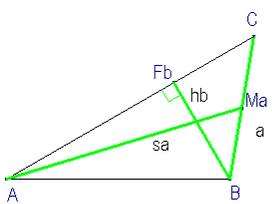
Konstruktionsbericht:

- Höhenstreifen  $h_b = 29\text{mm}$
- A festlegen
- $k$  ( $A, r = c = 50\text{mm}$ )
- $k$  mit Höhenstreifen schneiden  $\rightarrow B_1, B_2$
- Mittelparallele  $m$  des Höhenstreifens
- $k_2$  ( $A, r = sa = 43\text{mm}$ )
- $k_2$  mit  $m$  schneiden  $\rightarrow M_a$
- $BM_a$  verbinden und Schnittpunkt mit Höhenstr.  $\rightarrow C_1, C_2$  (2 Lösungen möglich)

Konstruktion:



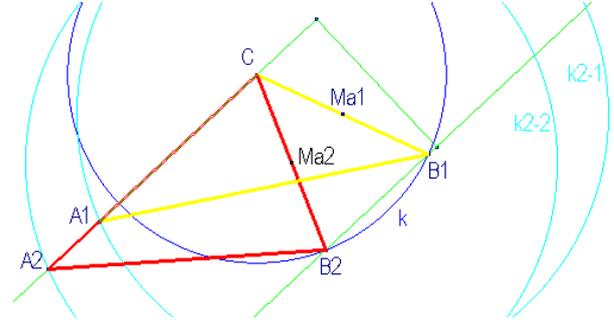
u) Skizze:



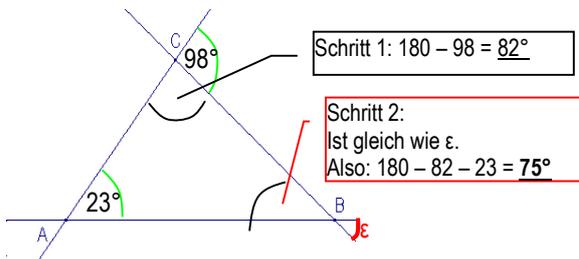
Konstruktionsbericht:

- Höhenstreifen  $h_b = 39\text{mm}$
- C festlegen
- $k_1$  ( $C, r = a = 42\text{mm}$ )
- Höhenstreifen mit  $k_1$  schneiden  $\rightarrow B$
- BC halbieren  $\rightarrow M_a$
- $k_2$  ( $M_a, r = sa = 59\text{mm}$ )
- $k_2$  mit Gerade AC schneiden  $\rightarrow A$
- Hier sind eigentlich zwei Lösungen möglich.

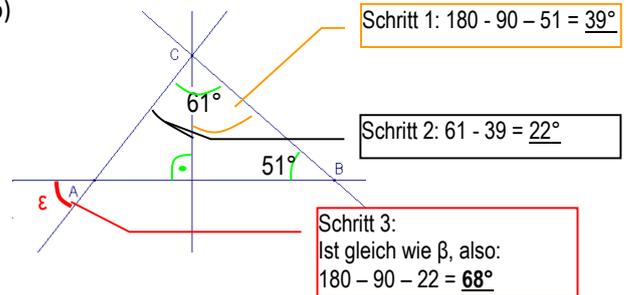
Konstruktion:



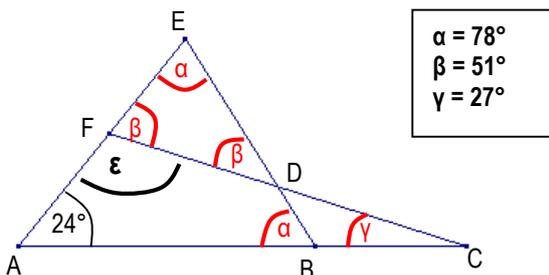
2 a)



b)



c)

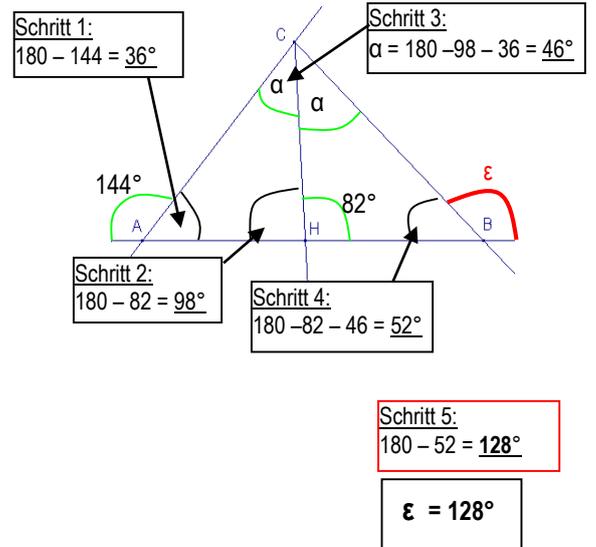


Das Dreieck ABE ist gleichschenkelig ( 2 gleiche Winkel  $\alpha$ ).  
Also ist der Winkel  $\alpha = (180 - 24) : 2 = 156 : 2 = 78^\circ$

Das Dreieck DEF ist auch gleichschenkelig ( 2 gleiche Winkel  $\beta$ ).  
Also ist der Winkel  
 $\beta = (180 - \alpha) : 2 = (180 - 78) : 2 = 102 : 2 = 51^\circ$

Der Winkel  $\gamma$  errechnet sich dann im Dreieck AFC mit einem Zwischenschritt (Winkel  $\epsilon = 180 - \beta = 180 - 51 = 129^\circ$ ).  
 $\gamma = 180 - 24 - 129 = 27^\circ$

d)

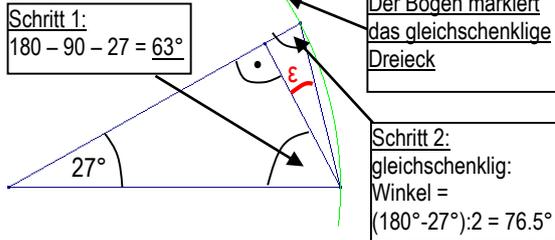


Seite 12

Aufgaben Dreiecke

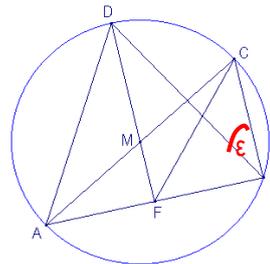
(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet. Die hier vorgeschlagenen Konstruktionswege sind nur Beispiele unter einige Möglichkeiten.)

e)



Damit ist der Winkel  $\epsilon = 180 - 90 - 76.5 = \epsilon = 13.5^\circ$

f)



$\epsilon = 30^\circ$

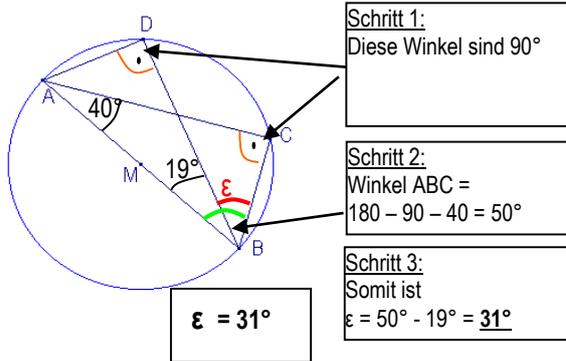
Das Dreieck ABD ist gleichseitig.  
Somit sind alle Innenwinkel =  $60^\circ$

Die Höhe DF halbiert das Dreieck ADB, ist also auch Winkelhalbierende.  $\rightarrow$  Winkel ADM =  $30^\circ$

Des Weiteren ist das Dreieck ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei B (gem. Aufgabenstellung)

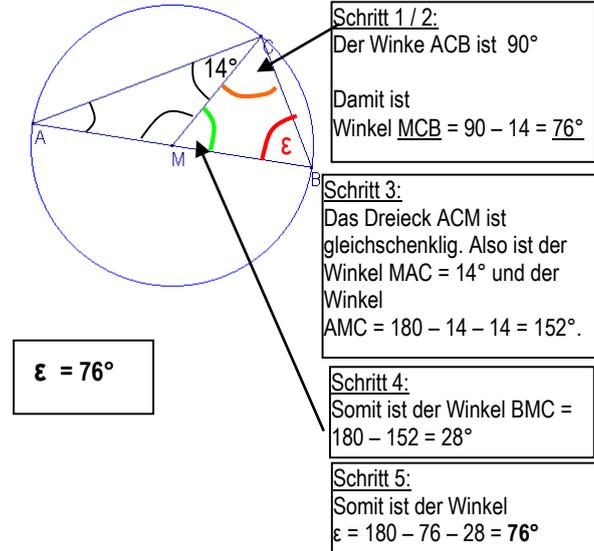
Somit ist der gesuchte Winkel  $\epsilon = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

g)



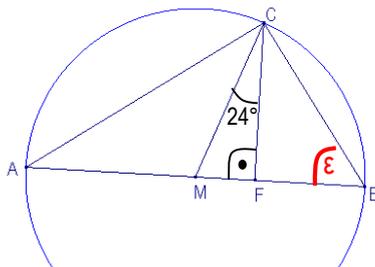
$\epsilon = 31^\circ$

h)



$\epsilon = 76^\circ$

2 i)



Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei C  
Das Dreieck AMC ist gleichschenkl.  
Das Dreieck MBC ist auch gleichschenkl.  $\epsilon = 57^\circ$

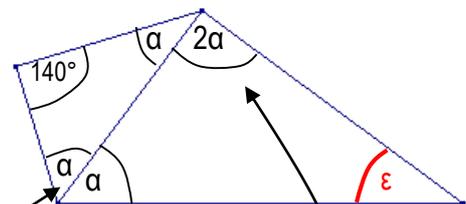
Der Winkel FMC ist  $180 - 90 - 24 = 66^\circ$  gross.

Somit ist der Winkel AMC =  $180 - 66 = 114^\circ$ .

Und die beiden Basiswinkel im Dreieck AMC sind  $(180 - 114) : 2 = 66 : 2 = 33^\circ$

Damit ist der Winkel BCF =  $90 - 33 - 24 = 33^\circ$   
Und damit ist  $\epsilon = 180^\circ - 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ$

j)



Schritt 1:  
Im gleichschenkligen Dreieck ist  
 $\alpha = (180 - 140) : 2 = 40 : 2 = 20^\circ$

Schritt 2:  
Somit ist  $2\alpha = 2 \cdot 20 = 40^\circ$

Schritt 3:  
Zu guter Letzt ist  
 $\epsilon = 180^\circ - 20^\circ - 40^\circ = 120^\circ$

$\epsilon = 120^\circ$

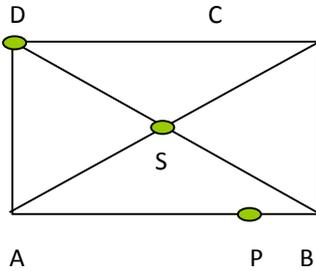
Diese Aufgabe zeigt, dass Skizzen als Schauffigur gut taugen, aber sie haben keinesfalls die Form der wirklichen Figur!!! Aus solchen Skizzen kann nicht heraus gemessen werden!

Seiten 15 / 16

Konstruktion von Parallelenvierecken  
Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet!

a) Rechteck mit  $P \in AB$

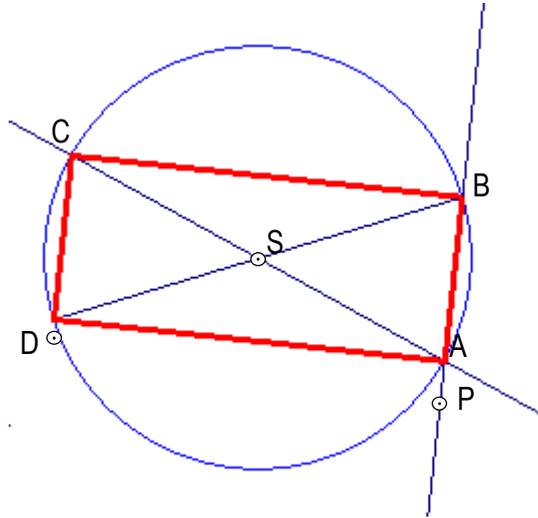
Skizze:



Konstruktionsbericht:

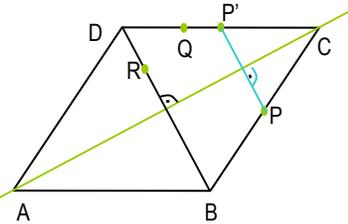
1. DS verbinden und verdoppeln  
*(Diagonale wird von S halbiert!) → B*
2. BP verbinden und verlängern
3.  $k(S, r=DS)$  *(Diagonalen im Rechteck sind gleich lang!)*
4.  $k \cap BP \rightarrow A$
5. AB parallel durch D verschieben
6.  $AS \cap$  Parallele durch D  $\rightarrow C$

Konstruktion:



b) Rhombus mit  $AC \subseteq g$ ,  $P \in BC$ ,  $Q \in CD$ ,  $R \in BD$  (die Punkte können auch auf der Verlängerung der angegebenen Geraden liegen)

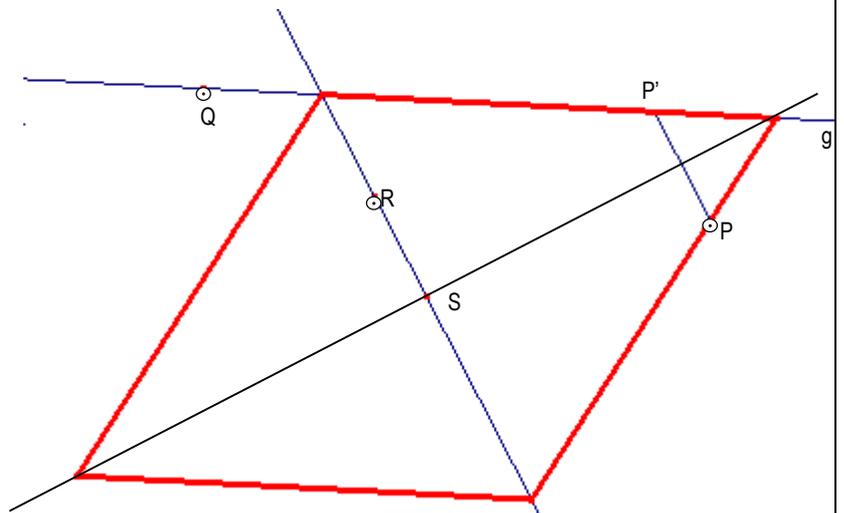
Skizze:



Konstruktionsbericht:

1. Lot auf AC durch R *(Diagonalen stehen senkrecht)*
2. Schnittpunkt der Diagonalen  $\rightarrow S$
3. P an g spiegeln  $\rightarrow P'$  *(Diagonale = Symm.achse)*
4. P' mit Q verbinden, Schnittpunkt mit  $g = C$ , Schnittpunkt mit BD = D.
5. Mit Zirkel jeweilige Diagonalen verdoppeln *(Diagonalen halbieren sich)*

Konstruktion:

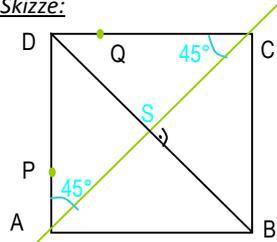


Seiten 16 / 17

Konstruktion von Parallelenvierecken (Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet)!

c) Quadrat mit  $P \in AD$ ,  $Q \in CD$  und  $AC \subseteq g$  (die Punkte können auch auf der Verlängerung der angegebenen Geraden liegen)

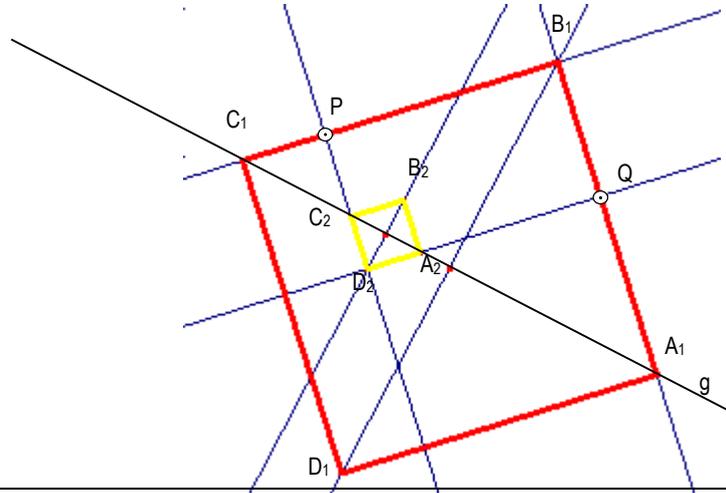
Skizze:



Konstruktionsbericht:

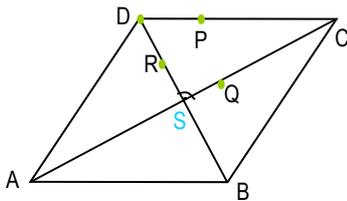
1.  $45^\circ$  Winkel von AC durch P legen. (Diagonalen sind Symmetrieachse, alle Winkel sind  $90^\circ \rightarrow$  Somit ist Diagonale auch Winkelh.)
2.  $45^\circ$  Winkel von AC durch Q legen. (Grund wie oben)
3. Schnittpunkt = D
4. Lot von D auf AC (Diagonalen stehen senkrecht)
5. Diagonalenhälfte DS verdoppeln  $\rightarrow$  B

Konstruktion:



d) Rhombus mit  $P \in CD$ ,  $Q \in AC$ ,  $R \in BD$

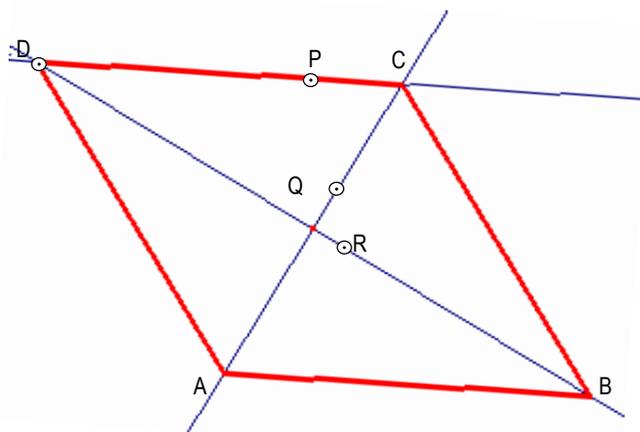
Skizze:



Konstruktionsbericht:

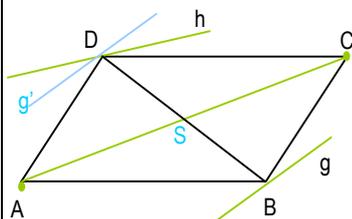
1. DR verbinden
2. Lot auf DR durch Q (Diagonalen stehen senkrecht aufeinander)
3. DP mit SQ schneiden  $\rightarrow$  C
4. SC verdoppeln  $\rightarrow$  A (Diagonalen halbieren sich)
5. SD verdoppeln  $\rightarrow$  B (Grund wie oben)

Konstruktion:



e) Ein Rhomboid mit der Ecke B auf g und der Ecke D auf h.

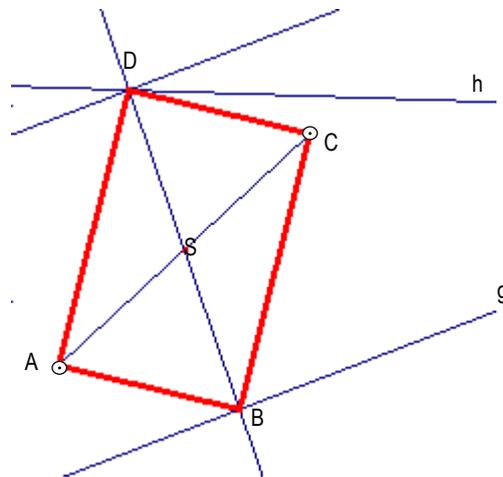
Skizze:



Konstruktionsbericht:

1. AC halbieren  $\rightarrow$  S (Die Diagonalen halbieren sich)
2. g an S spiegeln  $\Rightarrow$  g' (Jedes Parallelenviereck ist punktsymmetrisch am Mittelpunkt D ist also das punktsymmetrische Bild von B. Somit liegt D auf dem punktsymmetrischen Bild von g, auf der Geraden g')
3. g' mit h schneiden  $\rightarrow$  D (D liegt auf g' und gleichzeitig auf h, also muss es auf dem Schnittpunkt der beiden liegen)
4. DS verdoppeln  $\rightarrow$  B.

Konstruktion:

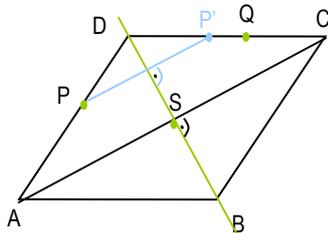


### Seite 17

Konstruktion von Parallelenvierecken (*Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet!*)

f) Rhombus mit  $P \in AD$ ,  $Q \in CD$  und  $BD \subseteq g$  (*die Punkte können auch auf der Verlängerung der angegebenen Geraden liegen*)

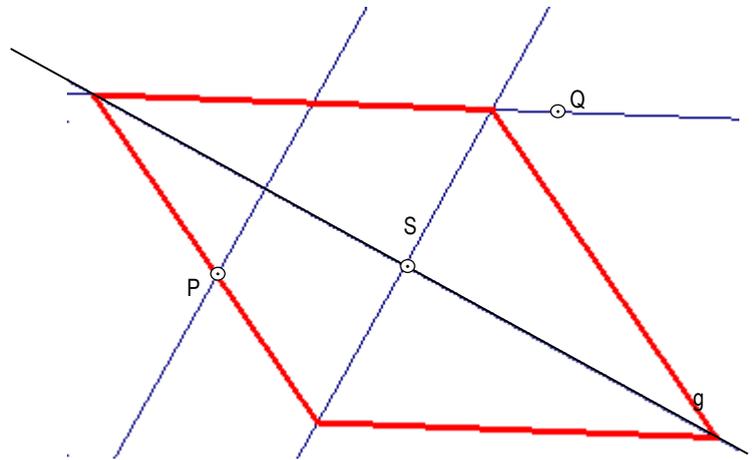
Skizze:



Konstruktionsbericht:

1. P an g spiegeln  $\rightarrow P'$  (*Der Rhombus ist symmetrisch an der Diagonalen*)
2.  $P'Q$  mit g schneiden  $\rightarrow D$
3. Lot auf DB durch S  $\cap DQ \rightarrow C$
4. DS verdoppeln  $\rightarrow B$
5. CS verdoppeln  $\rightarrow A$

Konstruktion:

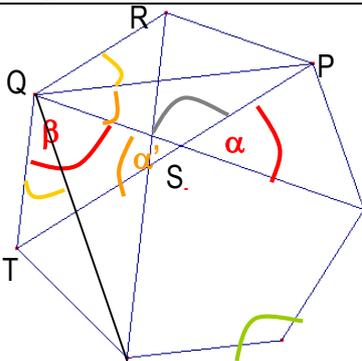


### Seite 19

Winkelberechnung

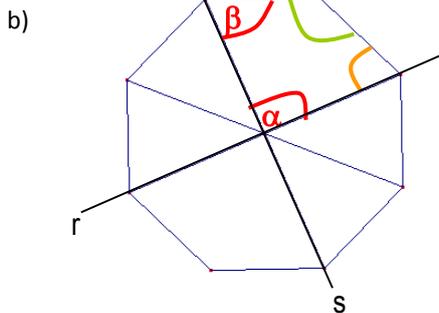
- |   |    |                           |  |
|---|----|---------------------------|--|
| 1 | a) | 8-Eck                     | $(8-2) \cdot 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ$                                   |
|   | b) | 13-Eck                    | $(13-2) \cdot 180^\circ = 11 \cdot 180^\circ = 1980^\circ$                                 |
|   | c) | 45-Eck                    | $(45-2) \cdot 180^\circ = 43 \cdot 180^\circ = 7740^\circ$                                 |
| 2 | a) | regelmässiges Sechseck    | Winkelsumme = $4 \cdot 180^\circ = 720^\circ \rightarrow 720^\circ : 6 = 120^\circ$        |
|   | b) | regelmässiges Fünfeck     | Winkelsumme = $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ \rightarrow 540^\circ : 5 = 108^\circ$        |
|   | c) | regelmässiges Dreizehneck | Winkelsumme = $11 \cdot 180^\circ = 1980^\circ \rightarrow 1980^\circ : 13 = 152.31^\circ$ |

3 a) Innenwinkel (grün) des 7-Ecks:  $5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$ ;  $900 : 7 = 128.56^\circ$



Somit sind die gelben Winkel im gleichschenkligen Dreieck:  $(180 - 128.56) : 2 = 25.71^\circ$   
**Der graue Winkel ist wiederum gleich dem grünen Innenwinkel des 7-Ecks. Also ist  $\alpha = 180^\circ - 128.56^\circ = 51.44^\circ$**

**Das Dreieck PQS ist im Übrigen genau gleich wie das Dreieck PQR**, somit ist der gesuchte Winkel  $\beta = 128.56 - (25.71 + 25.71) = 77.14^\circ$   
 Den Winkel  $\beta$  findet man auch über das gleichschenklige Dreieck TSQ (QS und QT als gleiche Schenkel. Somit  $\beta = 180^\circ - 2 \cdot \alpha' = 180 - 102.88 = 77.12^\circ$  also  $\alpha = 51.44^\circ$  und  $\beta = 77.14^\circ$



Der grüne Innenwinkel im 8-Eck hat eine Grösse von  $6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ$ ;  $1080 : 8 = 135^\circ$

Da das 8-Eck symmetrisch ist bezüglich s beträgt der Winkel  $\beta = 135 : 2 = 67.5^\circ$

Der orange markierte Winkel ist ebenfalls gleich  $67.5^\circ$  (auch r ist eine Symmetrie-achse). Somit ist der Winkel im Viereck berechenbar:  
 $\alpha = 360^\circ - (67.5 + 67.5 + 135) = 90^\circ$

also  $\alpha = 90^\circ$  und  $\beta = 67.5^\circ$

## Seiten 21 / 225

## Berechnung und Konstruktion im Trapez

1	AB = a	CD = c	m	h	A	Lösungsweg
a)	15 cm	6 cm	<b>10.5 cm</b>	9 cm	<b>94.5 cm<sup>2</sup></b>	$m = (a+c):2 = (15+6):2 = 10.5$ ; $A = m \cdot h = 10.5 \cdot 9 = 94.5$
b)	14 cm	<b>23 cm</b>	18.5 cm	<b>13 cm</b>	240.5 cm <sup>2</sup>	$c = 2m - a = 2 \cdot 18.5 - 14 = 23$ ; $h = A : m = 240.5 : 18.5 = 13$
c)	<b>59.5 cm</b>	9cm	<b>34.25 cm</b>	15 cm	513.75 cm <sup>2</sup>	$m = A : h = 513.75 : 15 = 34.25$ ; $a = 2m - c = 2 \cdot 34.25 - 9 = 59.5$
d)	24,5 cm	<b>43.5 cm</b>	<b>34 cm</b>	32 cm	1088 cm <sup>2</sup>	$m = A : h = 1088 : 32 = 34$ ; $c = 2m - a = 2 \cdot 34 - 24.5 = 43.5$

2	<b>Gegeben</b> a) $a = 12 \text{ cm}$ $c = 8 \text{ cm}$ Winkel $BAD = 45^\circ$ Winkel $BDC = 45^\circ$	<b>Gesucht</b> $h = 6 \text{ cm}$ $m = 10 \text{ cm}$ $A = 60 \text{ cm}^2$	<b>Skizze</b> 	<b>Berechnungen</b> Im rechtwinklig-gleichschenkligen Dreieck ABD ist die Höhe gerade halb so gross wie AB. Also $h = 6$ .  $m = (a+c) : 2 = (12 + 8) : 2 = 10$  $A = m \cdot h = 10 \cdot 6 = 60$
	b) $d = 8 \text{ cm}$ $a = 8 \text{ cm}$ Winkel $BAD = 90^\circ$ $A = 214 \text{ cm}^2$	$h = 8 \text{ cm}$ $m = 26.75 \text{ cm}$ $c = 45.5 \text{ cm}$	<b>Skizze</b> 	Da es sich um ein rechtwinkliges Trapez handelt und die rechtwinkligstehende Schrägseite gegeben ist, kennen wir sofort die Höhe. $h = 8$ $m = A : h = 214 : 8 = 26.75$ $c = 2m - a = 2 \cdot 26.75 - 8 = 45.5$

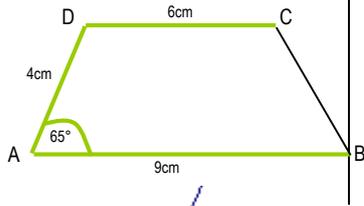
  

3	<b>Gegeben</b> a) $a = 6.5 \text{ cm}$ $c = 4 \text{ cm}$ Winkel $BAD = 70^\circ$ Winkel $(AD, BC) = 90^\circ$	<b>Skizze</b> 	<b>Konstruktionsplan</b> 1. $AB = 6.5 \text{ cm}$ 2. $\alpha = 70^\circ$ 3. Lot auf AD (Schenkel von $\alpha$ ) durch B 4. P einzeichnen ( $AP = 4 \text{ cm}$ ) 5. Parallele zu AD durch P $\rightarrow$ Schnittpunkt mit BC (Lot) $\rightarrow$ C 6. Parallele zu AB durch C $\rightarrow$ D ( <i>Grund- und Deckseite sind parallel</i> )
	b) $c = 6 \text{ cm}$ $d = 4 \text{ cm}$ $m = 7 \text{ cm}$ Winkel $DAB = 70^\circ$	<b>Skizze</b> 	1. $DC = 6 \text{ cm}$ 2. F-Winkel $\alpha' = 70^\circ$ (nach oben abtragen!!!) 3. $DA = 4 \text{ cm}$ 4. DA halbieren, $\rightarrow M_1$ 5. Parallele zu DC durch $M_1$ ( $m$ ist Mittelparallele von AB, DC) 6. Parallele zu DC durch A ( <i>Grund- und Deckseite sind parallel</i> ) 7. $m = 7 \text{ cm} \rightarrow M_2$ 8. $CM_2$ verlängern und mit „Grundseite“ schneiden $\rightarrow$ B

Seiten 23 / 24

Konstruktion im Trapez

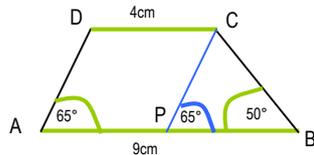
- c)  $c = 6\text{ cm}$   
 $d = 4\text{ cm}$   
 $a = 9\text{ cm}$   
 $\alpha = 65^\circ$



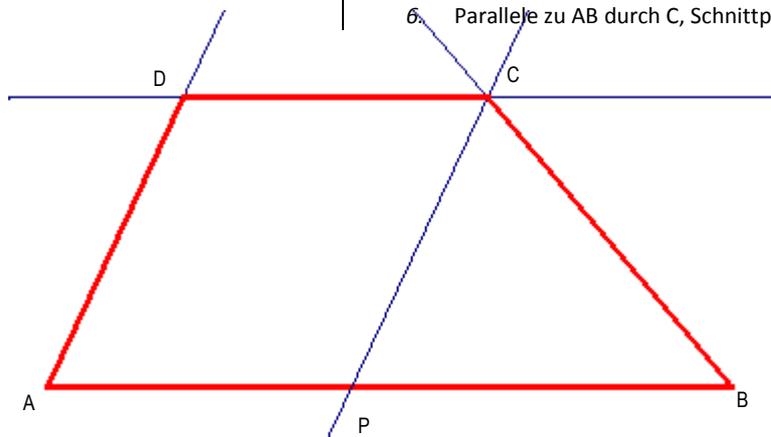
- $AB = 9\text{ cm}$
- $\alpha = 65^\circ$
- $AD = 4\text{ cm}$
- Parallele durch D (*Grund- und Deckseite sind parallel*)
- $DC = 6\text{ cm}$
- vervollständigen.



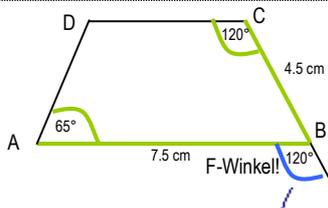
- d)  $\alpha = 65^\circ$   
 $\beta = 50^\circ$   
 $a = 9\text{ cm}$   
 $c = 4\text{ cm}$



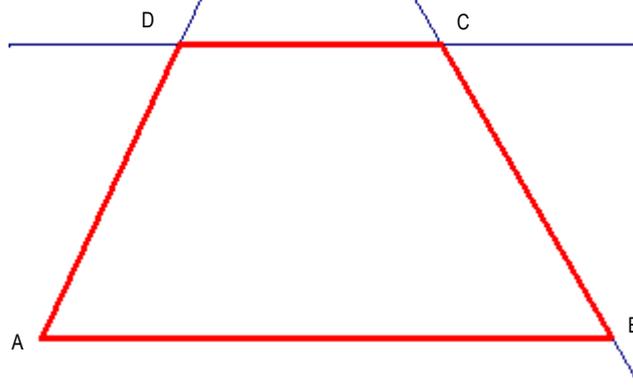
- $AB = 9\text{ cm}$
- $\alpha = 65^\circ$
- $\beta = 50^\circ$
- $AP = 4\text{ cm}$ , danach Parallele zu AD durch P (*Zerlegung des Trapezes in einen Rhombus und ein Dreieck*)
- Schnittpunkt der Parallele mit dem Winkel  $\beta \rightarrow C$
- Parallele zu AB durch C, Schnittpunkt mit Winkel  $\alpha \rightarrow D$



- e)  $\alpha = 65^\circ$   
Winkel BCD =  $120^\circ$   
 $a = 7.5\text{ cm}$   
 $b = 4.5\text{ cm}$



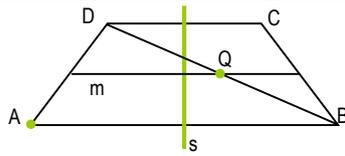
- $AB = 7.5\text{ cm}$
- $\alpha = 65^\circ$
- F-Winkel  $\chi' = 120^\circ$  (nach unten abtragen!!)
- $BC = 4.5\text{ cm}$
- Parallele zu AB durch C (*Grund- und Deckseite sind parallel*)
- Schnittpunkt mit  $\alpha \rightarrow D$



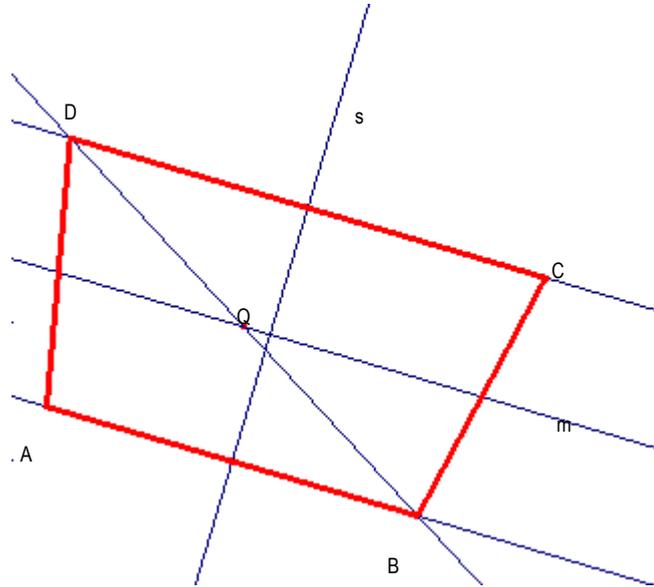
### Seiten 24

#### Konstruktion im Trapez

f) Konstruiere das gleichschenklige Trapez mit  $s =$  Symmetrieachse,  $Q =$  Schnittpunkt von  $m$  und  $BD$ .



1. A an s spiegeln  $\rightarrow$  B (*gleichsch. Trapez ist symmetrisch bezüglich der Symmetrieachse*)
2. BQ verbinden
3. Lot auf s durch Q  $\rightarrow$  m
4. AB an m spiegeln  $\rightarrow$  CD (*m ist Mittelparallele von AB, CD*)
5. Schnittpunkt von BQ mit CD  $\rightarrow$  D
6. D an s spiegeln  $\rightarrow$  C (*s ist Symmetrieachse*)



### Seite 25

#### Drachenviereck

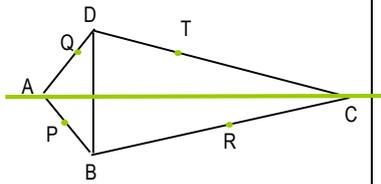
1	Gegeben	Gesucht	Skizze	Berechnungen
a)	AC = 12 cm BD = 8 cm	<b>A = 48 cm<sup>2</sup></b>		$A = e \cdot f : 2 = 12 \cdot 8 : 2 = 48$
b)	AC = 12 cm A = 156 cm <sup>2</sup>	<b>BD = 26 cm</b>		$BD = f = 2A : e = 2 \cdot 156 : 12 = 26$

Seite 26

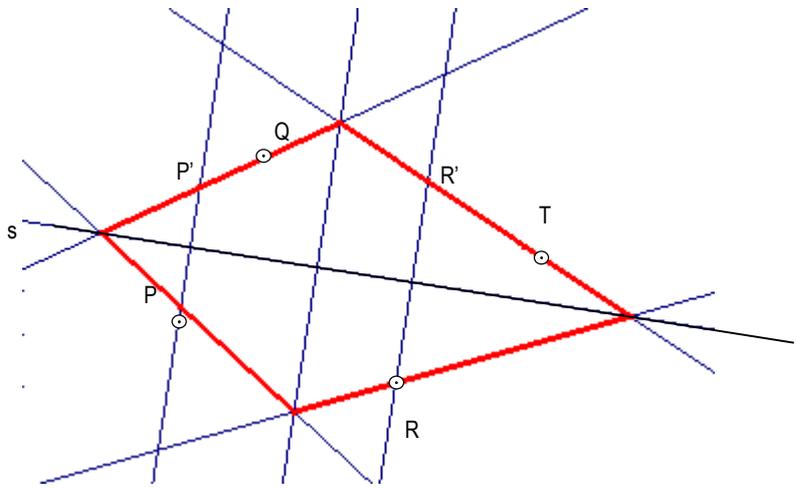
Drachenviereck

2 a) Konstruiere das Drachenviereck ABCD aus  $s =$  Symmetrieachse,  $AC \subseteq s$ ,  $P \in AB$ ,  $Q \in AD$ ,  $R \in BC$ ,  $T \in CD$

Skizze:



Konstruktion



Konstruktionsbericht:

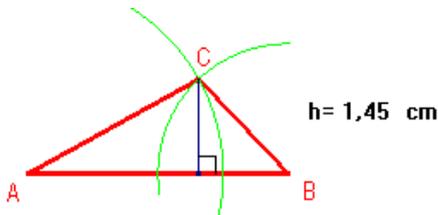
1. P an s spiegeln  $\rightarrow$  P'  
(s ist Symmetrieachse!)
2.  $P'Q \cap s \rightarrow$  A
3. R an s spiegeln  $\rightarrow$  R'  
(s ist Symmetrieachse!)
4.  $R'T \cap s \rightarrow$  C
5.  $R'T \cap P'Q \rightarrow$  D
6. D an s spiegeln  $\rightarrow$  B

Seite 28

Aufgaben Flächenberechnung in Dreiecken

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

1



Berechnung:

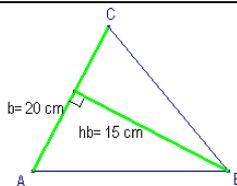
$$A = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2$$

Durch Messung finden wir (z.B.):  $hc = 1.45 \text{ cm}$

$$\text{Also ist } A = (c \cdot hc) : 2 = (4 \cdot 1.45) : 2 = \mathbf{2.9 \text{ cm}^2}$$

Achtung: Je nach Messgenauigkeit entsteht ein anderes Ergebnis, z.B.  $hc = 1.5 \text{ cm} \rightarrow$  Fläche  $A = 3 \text{ cm}^2$

2



Berechnung:

$$A = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2$$

$$\text{Also ist } A = (b \cdot hb) : 2 = (20 \cdot 15) : 2 = \mathbf{150 \text{ cm}^2}$$

3

BC = a	AC = b	AB = c	ha	hb	hc	Fläche A
8 cm		10 cm	4cm		<b>3.2 cm</b>	<b>16 cm<sup>2</sup></b>
9 cm	5 cm	<b>10 cm</b>	<b>6.67 cm</b>	12 cm	6 cm	<b>30 cm<sup>2</sup></b>
4 cm	<b>17.33 cm</b>	9 cm	<b>26 cm</b>	6 cm	<b>11.56 cm</b>	52 cm <sup>2</sup>
<b>33.33 cm</b>	2 cm	<b>20 cm</b>	6 cm	<b>100 cm</b>	10 cm	100 cm <sup>2</sup>

Berechnungen nach Formel:

$$A = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2$$

$$\text{Höhe} = (\text{Fläche} \cdot 2) : \text{Grundseite}$$

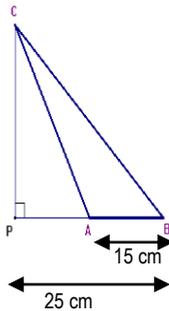
$$\text{Grundseite} = (\text{Fläche} \cdot 2) : \text{Höhe}$$

**Seiten 29 / 30**

**Aufgaben Flächenberechnung in Dreiecken**

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

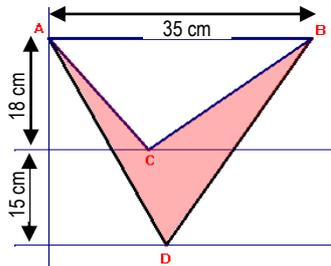
4



- a) **Höhe** = (Fläche • 2) : Grundseite →  $h = (50 \cdot 2) : 15 = 6.67 \text{ cm}$
- b) **Höhe** = (Fläche • 2) : Grundseite →  $h = (189 \cdot 2) : 15 = 25.2 \text{ cm}$
- c) **Höhe** = (Fläche • 2) : Grundseite →  $h = (94 \cdot 2) : 15 = 12.53 \text{ cm}$
- d) **Höhe** = (Fläche • 2) : Grundseite →  $h = (62 \cdot 2) : 15 = 8.27 \text{ cm}$

Die Strecke BP ist in dieser Aufgabe völlig unwichtig. Für Flächenberechnung im Dreieck braucht man die Grundseite und die Höhe. Und die Grundseite ist in unserem Fall die Strecke AB (=15cm)

5



Die gesuchte Figur berechnen wir als Differenz der beiden Dreiecke ADB und ACB. So als würde man das weisse Dreieck aus dem grossen Dreieck ausschneiden.

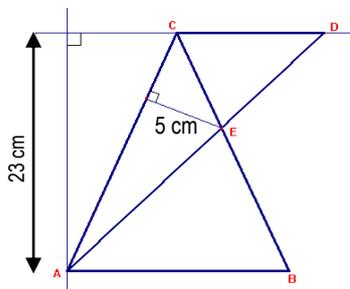
Die Grundseite beider Dreiecke beträgt 35cm (= AB). Die Höhe für das Dreieck ADB beträgt 33cm (15 + 18 = 33). Das kleine Dreieck ABC hat die Höhe 18 cm.

$$A_{\text{Figur}} = A_{\triangle ADB} - A_{\triangle ABC}$$

$$A_{\text{Figur}} = (35 \cdot 33) : 2 - (35 \cdot 18) : 2 = 577.5 - 315 = 262.5 \text{ cm}^2$$

**Die markierte Fläche hat einen Inhalt von 262.5 cm<sup>2</sup>**

6



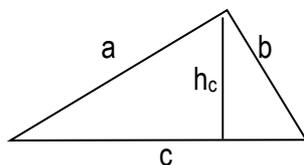
Die Fläche des gesuchten Dreiecks wird als Differenzrechnung gefunden:

$$A_{\triangle CDE} = A_{\triangle ACD} - A_{\triangle ACE}$$

$$A_{\triangle CDE} = (8 \cdot 23) : 2 - (27 \cdot 5) : 2 = 92 - 67.5 = 24.5 \text{ cm}^2$$

**Das Dreieck CDE hat eine Fläche von 24.5 cm<sup>2</sup>**

7



Durch die gegebenen Strecken c und hc können wir die Fläche des Dreiecks berechnen:

$$A_{\triangle} = (c \cdot h_c) : 2 = (20 \cdot 9.6) : 2 = 96 \text{ cm}^2$$

Dieses Ergebnis müssen wir auch über das Zahlenpaar a und ha (beim rechtwinkligen Dreieck a und b) erhalten.

$$\text{Also: } b = \text{Fläche} \cdot 2 : a = 96 \cdot 2 : 12 = 16 \text{ cm}$$

Es gilt also:  $b = c \cdot h_c : a$

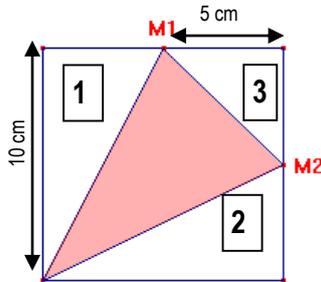
### Seite 30

#### Aufgaben Flächenberechnung in Dreiecken

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

- 8
- a)  $a = \text{Fläche} \cdot 2 : b = 200 \cdot 2 : 50 = \mathbf{8 \text{ cm}}$  (Die Seite c ist hier unwichtig)
  - b)  $b = \text{Fläche} \cdot 2 : a = 200 \cdot 2 : 10 = \mathbf{40 \text{ cm}}$  (Die Seite c ist hier unwichtig)
  - c)  $h_c = \text{Fläche} \cdot 2 : c = 200 \cdot 2 : 20 = \mathbf{20 \text{ cm}}$  (Die Seite a ist hier unwichtig)

- 9
- Wir lösen diese Aufgabe, indem wir vom Quadrat die drei markierten Dreiecke 1, 2 und 3 subtrahieren. So bleibt die rote Fläche übrig.



Zuerst berechnen wir die Seitenlänge des Quadrates:

Die Fläche des Quadrates beträgt  $100 \text{ cm}^2$ , also ist die Seitenlänge  $s = 10 \text{ cm}$  (Weil  $10 \cdot 10 = 100$ )

Somit ist die halbe Seitenlänge =  $5 \text{ cm}$ .

Alle drei Dreiecke sind rechtwinklig, wir können also relativ einfach rechnen:

Fläche des Dreiecks 1 = (Grundseite  $\cdot$  Höhe) : 2 =  $(10 \cdot 5) : 2 = 25$   
 Fläche des Dreiecks 2 = (Grundseite  $\cdot$  Höhe) : 2 =  $(10 \cdot 5) : 2 = 25$   
 Fläche des Dreiecks 3 = (Grundseite  $\cdot$  Höhe) : 2 =  $(5 \cdot 5) : 2 = 12.5$

**Die gesuchte Fläche ist also:**

$$\text{Quadrat} - \text{Dreieck 1} - \text{Dreieck 2} - \text{Dreieck 3} = 100 - 25 - 25 - 12.5 = \mathbf{37.5 \text{ cm}^2}$$

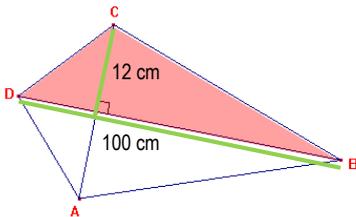
**Als Bruchteil der Quadratfläche:**  $\frac{37.5}{100} = \frac{3}{8}$

### Seite 32

#### Aufgaben Flächenberechnung in Vierecken und allgemeinen Vierecken

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

- 1
- Das Drachenviereck wird in zwei Dreiecke aufgeteilt: Das markierte Dreieck DBC und das flächengleiche Dreieck ABD. Es reicht somit, eines der beiden Dreiecke zu berechnen und die gefundene Fläche zu verdoppeln.



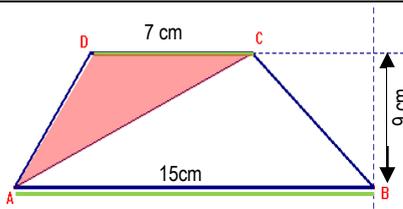
Als Höhe verwenden wir die Hälfte von AC, als Grundseite die Seite BD.

$$A_{\Delta} = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (100 \cdot 12) : 2 = 600 \text{ cm}^2$$

**Die Fläche des Drachenvierecks ist somit**

$$A = A_{\Delta} \cdot 2 = 2 \cdot 600 = \mathbf{1200 \text{ cm}^2}$$

- 2
- Die Trapezfigur wird in zwei Dreiecke aufgeteilt. Zum einen das markierte Dreieck ADC, zum anderen das Dreieck ABC. Von beiden kennen wir die Grundseite, von beiden kennen wir die Höhe (= 9 cm)



$$A_{\Delta ABC} = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (15 \cdot 9) : 2 = 67.5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\Delta ACD} = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (7 \cdot 9) : 2 = 31.5 \text{ cm}^2$$

**Die Fläche des Trapezes ABCD ist somit  $67.5 + 31.5 = 99 \text{ cm}^2$**

## Seiten 33

## Aufgaben Flächenberechnung in Vierecken und allgemeinen Vierecken

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

3

Die gesuchte Fläche lässt sich am Einfachsten durch Subtraktionsverfahren errechnen. Rechteck – Dreieck 1 – Dreieck 2.

Die beiden Dreiecke sind jeweils gleichschenkelig.

Fläche Dreieck 1 =  $(\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (20 \cdot 15) : 2 = 150 \text{ cm}^2$

Das Dreieck 2 kann halbiert werden und ist immer noch gleichschenkelig (Das kannst du über die Winkel nachprüfen). Somit ist die Höhe des Dreiecks 2 = 7.5 cm

Fläche Dreieck 2 =  $(\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (15 \cdot 7.5) : 2 = 56.25 \text{ cm}^2$

Die Restfläche ist somit

$$A_{\text{Figur}} = A_{\text{Rechteck}} - A_{\text{Dreieck 1}} - A_{\text{Dreieck 2}}$$

$$A_{\text{Figur}} = 20 \cdot 15 - 150 - 56.25 = \mathbf{93.75 \text{ cm}^2}$$

4

Die Betrachtung der Figur zeigt uns, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist (Aufgabenstellung!).

Somit können wir die Fläche des Dreiecks ABC berechnen  $(AC \cdot BC : 2)$

Das Dreieck ACD ist flächengleich.

$$A_{\Delta ABC} = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (12 \cdot 9) : 2 = 54 \text{ cm}^2$$

**Die Fläche des Rhomboid ABCD ist somit  $54 + 54 = 108 \text{ cm}^2$**

5

Die Betrachtung zeigt uns, dass das Dreieck ABD gleichschenkelig ist (Kreislinie) → Somit ist auch  $AD = AB = 10 \text{ cm}$ .

Weiter wissen wir, dass das Dreieck BCD rechtwinklig ist (Aufgabenstellung)

Also können wir Fläche der Figur berechnen:

$$A_{\text{Figur}} = A_{\Delta ABD} + A_{\Delta BCD}$$

$$A_{\Delta ABD} = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (10 \cdot 10) : 2 = 50 \text{ cm}^2$$

$$A_{\Delta BCD} = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (15 \cdot 7) : 2 = 52.5 \text{ cm}^2$$

**Die Fläche des Vierecks ABCD ist somit  $50 + 52.5 = 102.5 \text{ cm}^2$**

6

Die Figur gliedert sich in mehrere Parallelenvierecke (Rhomboiden), welche aneinander gelegt werden. Allerdings sind dabei die „doppelt belegten“ Dreiecke zu viel, die muss man am Schluss wieder subtrahieren.

Die Fläche der grünen und blauen Rhomboiden wird berechnet:

$$A_{\text{Rhomboid}} = \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe} = 4 \cdot 13 = 52 \text{ cm}^2$$

→ Total sind 5 solche Rhomboiden vorhanden →  $5 \cdot 52 = 260 \text{ cm}^2$

Die doppelt belegten Dreiecke berechnen sich:

$$A_{\text{Dreieck}} = (\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}) : 2 = (4 \cdot 6) : 2 = 12 \text{ cm}^2$$

→ Total sind 4 solche Dreiecke vorhanden →  $4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}^2$

**Die Streifen-Fläche hat somit einen Inhalt von  $260 - 48 = 212 \text{ cm}^2$**

Seite 34 / 35

Aufgaben Flächenberechnung in Dreiecken

(Die Lösungen sind verkleinert gezeichnet)

7

Das Quadrat ist in 8 gleiche, rechtwinklige Dreiecke unterteilt. Jedes hat eine Grundseite von 10cm ( $20\text{cm} : 2 = 10\text{cm}$ ). Ebenso ist die Höhe jeweils 10cm.

Die Fläche eines einzelnen Dreiecks ist somit  $A_{\text{Dreieck}} = 10 \cdot 10 : 2 = 50 \text{ cm}^2$

**Die gesuchte Fläche enthält 4 solche Dreiecke.**  
**Die markierte Fläche beträgt also  $4 \cdot 50 = 200 \text{ cm}^2$**

8

Die Berechnung der Rhombusfläche kann über die Diagonalen erfolgen.

$$A_{\text{Rhombus}} = (e \cdot f) : 2$$

Hier sind die halben Diagonalen gegeben, also heisst unsere Formel:

$$A_{\text{Rhombus}} = (e \cdot f) : 2 = (16 \cdot 12) : 2 = 96 \text{ cm}^2$$

Man könnte in diesem Beispiel auch die vier gleichen rechtwinkligen Dreiecke berechnen.

Die Angabe von AB ist überflüssig.

9

Die Figur setzt sich aus zwei Teilfiguren zusammen.

- dem Dreieck ABC (Grundseite AB = 13cm, Höhe BC = 8cm)
- dem Dreieck ADE (Grundseite DE = 4cm, Höhe RB = 3.5cm)

Somit gilt:

$$A_{\text{Figur}} = A_{\Delta ABC} + A_{\Delta ADE}$$

$$A_{\text{Figur}} = (13 \cdot 8) : 2 + (4 \cdot 3.5) : 2 = 52 + 7 = 59 \text{ cm}^2$$

10

Die Figur besteht aus 4 Teilfiguren.

Den Rhomboid ABDR, den Rhombus ARFG, das Dreieck CRF und das Dreieck RDC. Allerdings ist dabei die Fläche RCE (Dreieck) doppelt belegt.

Die Berechnung der Fläche erfolgt also so:

$$A_{\text{Figur}} = A_{\text{Rhomboid}} + A_{\text{Rhombus}} + A_{\text{Dreieck CRF}} + A_{\text{Dreieck RCD}} - A_{\text{Dreieck RCE}}$$

$$A_{\text{Figur}} = 10 \cdot 3 + (11 \cdot 7) : 2 + (10 \cdot 6) : 2 + (10 \cdot 4) : 2 - (10 \cdot 2) : 2$$

$$= 30 + 38.5 + 30 + 20 - 10$$

**Die Fläche der Figur beträgt:  $108.5 \text{ cm}^2$**