Name:

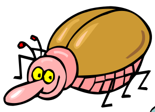
Mathematik-Dossier
8 – Rechnen mit Variablen
(angepasst an das Lehrmittel Mathematik 1)

Inhalt:

- **Terme umformen / Rechenregeln mit Variablen**
- **Klammerregeln**
- **Verbindung von Operationen verschiedener Stufe**
- **Distributivgesetz**
- **Gleichungen**
- **Text in Terme umformen / Wahl der Variablen**
- **Ungleichungen**

Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet*

schwierigere Aufgaben sind mit einem  *gekennzeichnet.*

Die Aufgaben müssen in der Freizeit (oder in der Hausaufgabenstunde) gelöst werden. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

Wichtig: Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.

1. Terme umformen

Für das Rechnen mit Variablen ist es von grosser Bedeutung, dass man die vorliegenden Terme vereinfachen und umformen kann. Nur so ist es möglich, dann auch Gleichungen und schwierigere Aufgaben erfolgreich zu lösen.

1.1 Repetition der wichtigsten Rechenregeln mit Variablen

Im Dossier zum Thema 2 (Variablen) wurde die Einführung in Algebra bereits gemacht und besprochen. Für die detaillierte Information verweise ich auf das Dossier 2 – BC

An dieser Stelle möchte ich die wichtigsten Rechenregeln mit Variablen nur noch kurz repetieren.

- Variablen können als „Dinge“ oder „Einheiten“ betrachtet werden. Man kann sie als „Sorte“ verstehen. 3a bedeutet also nichts anderes als „3 Äpfel“. So kann auch eine einfache Rechnung verstanden werden: 3a + a = 3 Äpfel + ein Apfel = 4 Äpfel.

- Terme mit Variablen werden alphabetisch geordnet. Zahlterme kommen am Schluss:
    - $25b + 8a + 2c - 4 = 8a + 25b + 2c - 4$

- Die Koeffizenten (Vorzahlen) sind durch Multiplikation mit der Variable verknüpft. Das Multiplikationszeichen wird allerdings nicht geschrieben. ($6b = 6 \cdot b$)

- Bei Addition und Subtraktion gilt:
    - Nur „gleiche Sorten“ können miteinander verrechnet werden. Nicht gleiche Sorten können nicht addiert oder subtrahiert werden. Dabei werden eigentlich „nur“ die Koeffizienten miteinander addiert / subtrahiert. Die Sorte wird einfach wieder dazugeschrieben (Denn Äpfel bleiben ja Äpfel)
        - ⇨ $3a + 6a - 4a = (3 + 6 - 4)a = 5a$
        - ⇨ $4b + 3b + 2c = 7b + 2c$ (nicht weiter zu vereinfachen)

- Bei Multiplikation und Division werden die Variablen einfach durch Multiplikation zusammen verknüpft, die Koeffizienten werden miteinander multipliziert / dividiert
    - $5c \cdot 3x = 5 \cdot 3 \cdot cx = 15cx$
    - $54bc : (9c) = 54:9 \cdot (bc:c) = 6b$

- Achtung: Häufig gehen die folgenden, wichtigen Regeln vergessen:

  $x+x = 2x$ $x - x = 0$ $x \cdot x = x^2$ $x : x = 1$

1.2 Klammerregeln

Wie bis anhin gelten die Regeln für setzen und auflösen von Klammern. Also: *„Steht vor der Klammer ein Minus, darf man die Klammer nur auflösen, wenn man die Operationszeichen in der Klammer wechselt.“*

also:

1. Beispiel:		$7x + (3y - x)$	Klammer auflösen
	=	$7x + 3y - x$	Ordnen (Operatorkonzept)
	=	$7x - x + 3y$	von links nach rechts–gleiche Sorten rechnen
	=	$6x + 3y$	

Achtung, Minus vor der Klammer!

2. Beispiel:		$2a - (5b - a)$	Klammer auflösen
	=	$2a - 5b \mathbf{+} a$	Ordnen (Operatorkonzept)
	=	$2a + a -5b$	von links nach rechts–gleiche Sorten rechnen
	=	$\underline{\mathbf{3a - 5b}}$	

1.3 Summenverwandlung und Operatorkonzept

Natürlich *gelten auch in der Algebra alle bisher bekannten Regeln*. Ebenso verwenden wir weiterhin alle unsere Hilfsmittel, wie z.B. die Summenverwandlung und das Operatorkonzept.

$(-5x) - (-4) + (-9) - 2x$	Summenverwandlung
$= (-5x) + 4 + (-9) + (-2x)$	Operatorkonzept, damit etwas Ordnung herrscht
$= (-5x) + (-2x) + 4 + (-9)$	Assoziativgesetz (zusammengehöriges berechnen)
$= [(-5x) + (-2x)] + [4 + (-9)]$	Klammern ausrechnen
$= (-7x) + (-5)$	Summenverwandlung rückgängig
$\underline{= (-7x) - 5}$	einfachst mögliches Resultat.

1.4 Die Verbindung von Operationen verschiedener Stufe

Die Gesetze und Vereinbarungen und Regeln gelten wie bis anhin.:

Von links nach rechts rechnen
aber 1. Klammern zuerst
2. höhere Stufe zuerst..

z.B.

„Punkt vor Strich“

$2a + 3a \bullet 5b = 2a + 15ab = a\,(2 + 15\,b) = \underline{a\,(15b + 2)}$

und

„Distributiv“
(Ausmultiplizieren)

$2\,(3b + 4) = 2 \bullet 3b + 2 \bullet 4 = \underline{6b + 8}$

TIPP: Das Ausklammern gemeinsamer Faktoren ist sehr oft möglich!

1.5 Erinnerung an das Distributivgesetz

Grundregel:

$$c \bullet (a + b) = c \bullet a + c \bullet b$$

Ausmultiplizieren *(c auf a und b verteilen)*

$$c \bullet a + c \bullet b = c \bullet (a + b)$$

Ausklammern *(gemeinsamer Faktor vor die Klammer)*

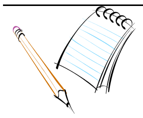
schwierigere Anwendung

$25 - 3\,(x+5) \quad = 25 - 3x - 15 = \underline{(-3x) + 10}$ (hier steht vor der 3 ein Minus, Klammerregeln gelten!)

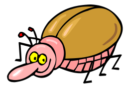
$(3x-6y) : (-3) \quad = 3x : (-3) - 6y : (-3)$

$= (-x) - (-2y)$

$\underline{= (-x) + 2y}$



Aufgaben Distributivgesetz – Multiplikation – Division – Verbindung von Operationen verschiedener Stufe



1. Vereinfache folgende Terme

a) $15a : 5$

b) $7x \bullet 3$

c) $8x \bullet 3y$

d) $84xy : 7y$

e) $12x \bullet 3x$

f) $12x \bullet 4xy$

g) $21x^2y : 3xy$

2. Klammere einen möglichst grossen Faktor aus:

a) $78 - 143g$

b) $72rstu + 48tu$

c) $27x^2 - 54x$

d) $mnpr + mopqr$

e) $58afg - 29f^2$

f) $wxyz - yz$

g) $34mn - 51n$

3. Multipliziere (rsp. dividiere) aus:

a) $(63v - 1) \bullet 4w$

b) $(72v - 1) \bullet 3w$

c) $(42b - 70a) : (-14)$

d) $(a^2b - ab^2) : (ab)$

e) $(ef - fg) : (-f)$

f) $4x\,(28 - 32x)$

4. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich:

a) $28 - (32x - 4x)$

b) $(-9ab) - (-11abc) - (27ab)$

c) $8x - (-15y) - (-13x) + 12y \bullet 3y$

d) $34h : 34 - 33h$

e) $4x - (28 + 42x)$

f) $5a\,(28 - 32a)$

g) $(-11) \bullet (xy - 27)$

h) $(-109)\,(de) - (-17)\,(ed)$

i) $68x : 17$

j) $48 - 4(5a + 6)$

k) $68d : 68 - 67$

l) $(54 - x) - 9x$

m) $35cd - 7c \bullet 4d - 16cd$

n) $19ef \bullet (4d - ef) - 19e^2f^2$

o) $(-ds) \bullet (-ds)$

p) $(-7ab) \bullet (-8) + (-63abc) : (-7c)$

q) $(-11f) - 15 (6f - 7)$

r) $72x : 8 \bullet x$

s) $(-7x) \bullet 13y^2 \bullet (-2z)$

t) $13a \bullet 5b - (17b \bullet 8a)$

5. Schreibe zuerst die Rechnung auf und löse dann so weit wie möglich auf:

a) Dividiere die Summe von (-36ab) und 12b durch (-12) und multipliziere mit 3.

b) Multipliziere die Summe von (-23ab) und (-46cd) mit 3c

c) Dividiere die Differenz von 36ab und 12b durch (-12) und multipliziere mit c.

d) Subtrahiere von der Summe von (-32a) und 21b die Differenz der beiden Terme.

Bemerkungen / Notizen:

2. Gleichungen

2.1 Verständnis von Gleichungen

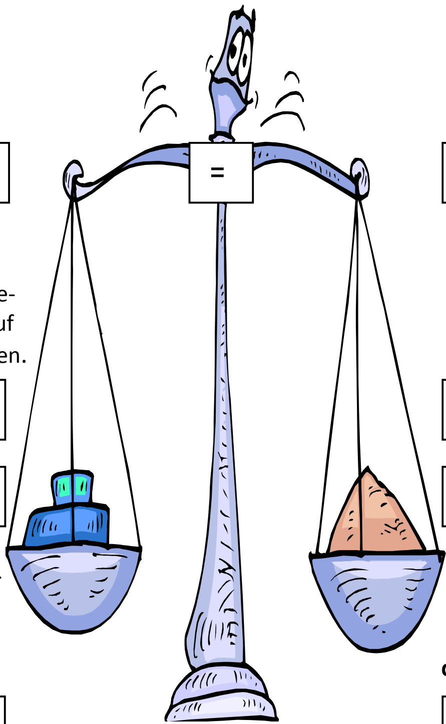
Gleichungen sind eine Art mathematisches Rätsel. Sie stellen eigentlich nichts anderes dar, als eine Waage, die auf der linken Seite und auf der rechten Seite mit verschiedenen Dingen beladen ist. Eines dieser Dinge ist eine „unbekannte Grösse“ (also die Variable, meist x). Die Waage ist schön im Gleichgewicht (beide Seiten sind gleich schwer ➔ Gleichung).

Es geht nun darum herauszufinden, welche Zahlen für die Unbekannte (Variable) eingesetzt werden können, damit die Gleichung stimmt (also die Waage ausgeglichen ist). **Du suchst also eine Zahl für x, welcher die rechte und die linke Seite der Gleichung gleichwertig macht, oder – anders ausgedrückt – du fragst dich, wie gross die Unbekannte x ist, damit die Waage so schön im Gleichgewicht steht.**

Dazu musst du meistens „umbeigen“, also die Variablen-Terme auf eine Seite bringen und die Zahlterme auf die andere Seite. Bei all diesen Umstellungen ist es aber wichtig, dass du immer auf beiden Seiten der Gleichung die gleiche Operation durchführst, da sonst die Waage aus dem Gleichgewicht gerät (oder eben die Terme nicht mehr gleichwertig sind).

Anders gesagt: Wenn du auf der linken Seite zusätzliche Wägestücke dazulegst, musst du das auch auf der rechten Seite tun, wenn du links etwas wegnimmst, musst du das rechts auch tun.

Die Gleichung als Waage:

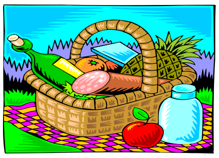


3x + 7	57 – 7x
	Wir wollen alle x auf die andere Seite schaffen, ***also müssen wir hier 7x addieren, um die -7x auszugleichen.***
damit die Waage im Gleichgewicht bleibt, müssen auch auf dieser Seite 7x addiert werden.	
3x + 7 **+ 7x**	57 – 7x **+ 7x**
10x + 7	57
jetzt stören die +7 auf dieser Seite, wir schaffen sie weg, **in dem wir auf dieser Seite 7 subtrahieren.**	**das müssen wir auf dieser Seite auch tun.**
10x + 7 **- 7**	57 **-7**
10x	50
Statt 10x wollen wir natürlich nur 1 x, **also dividieren wir links durch 10**	**das müssen wir auf dieser Seite auch tun.**
10x **: 10**	50**:10**
x	5

Wir finden heraus, dass x = 5 ist, also die Zahl 5 als einzige Zahl die Gleichung erfüllt.
Das dies stimmt können wir testen, in dem wir sie einsetzen.
3 • **5** + 7 = 57 - 7• **5,** also 15 + 7 = 57 – 35 oder besser gesagt 22 = 22.

2.2 Die Äquivalenzumformungen bei Gleichungen.

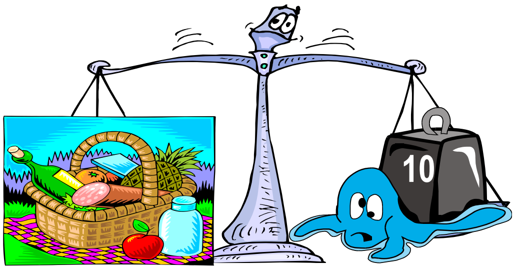
Die Umformungen basieren auf einem einfachen Prinzip: Du wählst immer die GEGENOPERATION von dem Operator, den du auf die andere Seite schaffen willst. Versuchen wir, uns dies etwas besser vorzustellen:



Du kennst das Gewicht dieses Picknickkorbes, es beträgt 10 Kilogramm. Du selber hast den Korb gepackt, es hat 1 Flasche Obstsaft (1kg), 2 Würste (je 0.3kg), 3 Ananas (je 0.5kg), 4 belegte Brote (je 0.2kg), 1 Monstererdbeere und ein Mödeli Butter (0.25kg) drin. Der Korb selber hat ein Gewicht von 1kg. Wenn du dies als Gleichung schreiben würdest, so bekommst du:

1 Flasche Obstsaft + 2 Würste + 3 Ananas + 4 belegte Brote + 1 Monstererdbeere + 1 Mödeli Butter + Korb = 10 kg.

Du möchtest nun wissen, wie schwer die feine, saftige Monstererdbeere ist. Jetzt kannst du alles auf die Waage stellen. Links ist der gefüllte Korb, rechts ein 10kg Gewichtsstein. Die Gleichung sieht also so aus:



Jetzt wird umgestellt, denn du möchtest auf der linken Seite nur noch die Monstererdbeere. Also nimmst du alles, ausser der Erdbeere, von der linken Seite weg. Natürlich musst du dann auf der rechten Seite das Gewicht dieses Gegenstandes wegzählen, denn sonst steht deine Waage schief.

Übersetzen wir zuerst die Gleichung

1 Flasche Obstsaft + 2 Würste + 3 Ananas + 4 belegte Brote + 1 Monstererdbeere + 1 Mödeli Butter + Korb = 10 kg.

1• 1 kg + 2 • 0.3 kg + 3 • 0.5 kg + 4 • 0.2 kg + Monstererdbeere + 1 • 0.25 kg + 1 • 1 kg = 10 kg

Vereinfacht 1 + 0.6 + 1.5 + 0.8 + Monstererdbeere + 0.25 + 1 = 10

Vereinfacht: 5.15 + Monstererdbeere = 10

Du musst sämtliche Gegenstände, also die Flasche Obstsaft, die 2 Würste, die 4 belegten Brote, die Butter und den Korb von der Waage nehmen.

1 Flasche Obstsaft + 2 Würste + 3 Ananas + 4 belegte Brote + 1 Monstererdbeere + 1 Mödeli Butter + Korb = 10 kg.

Obstsaft wegnehmen

2 Würste + 3 Ananas + 4 belegte Brote + 1 Monstererdbeere + 1 Mödeli Butter + Korb = 10 kg **– Gewicht Obstsaft**

Würste wegnehmen

3 Ananas + 4 belegte Brote + 1 Monstererdbeere + 1 Mödeli Butter + Korb = 10 kg –Gewicht Obstsaft **– Gewicht Würste**

Ananas wegnehmen

4 belegte Brote + 1 Monstererdbeere + 1 Mödeli Butter + Korb = 10 kg – Gewicht Obstsaft – Gewicht Würste **– Gewicht Ananas**

Brote wegnehmen

1 Monstererdbeere + 1 Mödeli Butter + Korb = 10 kg – Gewicht Obstsaft – Gewicht Würste – Gewicht Ananas **– Gewicht Brote**

Butter wegnehmen

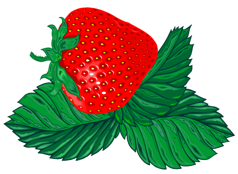
1 Monstererdbeere + Korb = 10 kg – Gewicht Obstsaft – Gewicht Würste – Gewicht Ananas – Gewicht Brote **– Gewicht Butter**

Korb wegnehmen

1 Monstererdbeere = 10 kg – Gewicht Obstsaft – Gewicht Würste–Gewicht Ananas–Gewicht Brote–Gewicht Butter **– Gewicht Korb.**

In Zahlen:

Monstererdbeere = 10kg – 1 kg – 0.6kg – 1.5 kg – 0.8kg – 0.25 kg – 1 kg
Monstererdbeere = 10kg – 5.15 kg
Monstererdbeere = 4.85 kg.



Die Äquivalenzumformung beschreibt hier, was du aus dem Korb nimmst (also subtrahierst). Dies kannst du aber nur darum machen, weil es vorher in den Korb gelegt (also addiert) wurde.

2.3 Allgemeines Lösungsschema für Gleichungen

Das Lösen von Gleichungen und Ungleichungen folgt streng einem Schema, das je nach Lernstand ausgebaut wird. Für den Anfang verwenden wir ein Schema mit genau 3 Schritten.

Das allgemeine Lösungsschema musst du also unbedingt einhalten:

Allgemeines Lösungsschema:
1. Termvereinfachungen
2. Isolieren der Lösungsvariable durch Äquivalenzumformungen.
3. Lösung angeben

Erklärungen:

Im **ersten Schritt** versuchen wir, auf beiden Seiten jeweils etwas **Ordnung** zu **machen**. Wir vereinfachen den Term links und auch den Term rechts des Gleichheitszeichens möglichst weit.

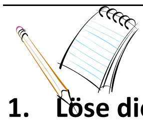
Im **zweiten Schritt** dann versuchen wir, alle **Lösungsvariablen auf eine Seite der Gleichung** zu schaffen. Dazu brauchen wir die oben schon erwähnten Äquivalenzumformungen. Hier geht es also darum, die Unbekannte zu isolieren (so wie im Beispiel oben die Monstererdbeere isoliert wurde, also am Schluss ganz allein auf der linken Waagschale platziert wurde.)

- ➔ **Beachte: „Störende" Operatoren werden immer durch die Gegenoperation weggeschafft. Diese Operation muss aber auf beiden Seiten durchgeführt werden.**
- ➔ **Beim Auflösen musst du erst im letzten Schritt dividieren (teilen), und zwar durch die Zahl, die vor dem x steht (Koeffizient von x = Vorzahl)**
- ➔ **Am rechten Rand der Gleichung schreiben wir die Umformung hin, die gemacht wurde. Damit man sehen kann, dass dies auf beiden Seiten geschieht, machen wir zwei senkrechte Striche davor.**

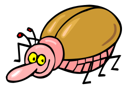
Im **dritten und letzten Schritt** geben wir schliesslich die **Lösung** an. Dies kann in Form eines Antwortsatzes (wenn die Gleichung als Satz formuliert wurde) oder einfach in Form einer gut sichtbaren Zahl sein.

Beispiele:

14	=	38 + 4x	|| keine Vereinfachung möglich	*Schritt 1 (hier nicht nötig)*
14	=	38 + 4x	|| - 38, weil dies die Gegenoperation von +38 ist.	*Schritt 2 (Isolieren von x)*
14 – 38	=	4x	|| V	*(Vereinfachen)*
(-24)	=	4x	|| : 4, weil Gegenoperation von • 4	*(dividieren)*
(-6)	=	x	|| **<u>x = (-6)</u>**	*Schritt 3: Lösung angeben*
4 (x + 1)	=	6 (x – 1)	|| v	*Schritt 1 (Vereinfachen)*
4x + 4	=	6x – 6	|| - 4, weil dies die Gegenoperation von + 4 ist.	*Schritt 2 (Isolieren von x)*
4x	=	6x – 6 – 4	|| v	*(Summenverwandlung)*
4x	=	6x + (– 6) + (– 4)	|| v	*(vereinfachen)*
4x	=	6x + (– 10)	|| -6x, weil dies die Gegenoperation von + 6x ist.	*(x auf eine Seite!)*
4x – 6x	=	(-10)	|| v	*(vereinfachen)*
(-2x)	=	(-10)	|| : (-2), weil Gegenoperation von• (-2)	*(dividieren)*
x	=	5	|| **<u>x = 5</u>**	*Schritt 3: L angeben*



Aufgaben Gleichungen



1. Löse die folgenden Gleichungen auf und bestimme die Lösung

a) $x + 12 = (-32)$

b) $232 - x = (-23)$

c) $x + (-32) = (-15) + 18x$

d) $19 + (-7x) = (-5x) - (-5)$

e) $(-x) - [\,(-x) - (-9)\,] = (-3x) - [\,(-9x) + 33\,]$

f) $(-x) - [\,(-5x) - (-5)\,] = (-9x) - [\,(-2x) + (-72)\,]$

g) $(-5x) - (-6)\,[(-2x) - (-10)] = (-110)$

h) $(-6) - (-3)\,[\,(-8) + (-2x)\,] = (-132)$

i) $(-10x) - (-8)\,[\,(-7x) - (-9)\,] = (-192)$

j) $(-2x) - (-1)[(-9x) + (-8)] = (-260) + 3x$

Und darauf will ich achten:

3. Vom Text zum Term

Mathematische Terme sind leider ganz häufig in Texten und Situationen versteckt. Diese zu entschlüsseln ist eine besonders wichtige Aufgabe und ermöglicht es, daraus folgende Gleichungen und Problemstellungen zu lösen. Sprachlich beschriebene Situationen können in „mathematische Sprache“ übersetzt und dann ganz mathematisch bearbeitet werden.

3.1 Verankerung mit Hilfe von Variablen

„Franz hat in der Prüfung 10 Punkte mehr als Hans erreicht, aber leider 2 Punkte weniger als Anna.“ In diesem Satz versteckt ist also ein Zusammenhang zwischen den Punktzahlen von Hans, Franz und Anna. Dieser lässt sich mathematisch darstellen, indem man **einer Variable eine Bedeutung zuordnet**: Damit sind alle damit zusammenhängenden Punkte verankert.

Version 1 (Hans als Verankerung)

Punkte von Hans:	x	
Punkte von Franz:	$x + 10$	(Franz hat 10 Punkte mehr als Hans)
Punkte von Anna:	$x + 10 + 2 = x + 12$	(Franz hat 2 Punkte weniger als Anna, also hat Anna 2 mehr als Franz)

Version 2 (Franz als Verankerung)

Punkte von Franz:	x	
Punkte von Hans:	$x – 10$	(Franz hat 10 Punkte mehr als Hans, also hat Hans 10 weniger als Franz)
Punkte von Anna:	$x + 2$	(Franz hat 2 Punkte weniger als Anna, also hat Anna 2 mehr als Franz)

Version 3 (Anna als Verankerung)

Punkte von Anna:	x	
Punkte von Franz:	$x – 2$	(Franz hat 2 Punkte weniger als Anna)
Punkte von Hans:	$x – 2 – 10 = x – 12$	(Franz hat 10 Punkte mehr als Hans, also hat Hans 10 weniger als Franz)

Bei Satzgleichungen ist es enorm wichtig, die Verankerung mit Variablen gut überlegt zu wählen und die Bedeutung der Variablen immer aufzuschreiben.

3.2 Vom Text zur Gleichung

Bei Textgleichungen ist es wichtig, den Text ganz besonders sorgfältig zu lesen und die fomulierte Problemstellung möglichst in eigenen Worten zu beschreiben. Man darf dabei auch Skizzen oder kleine Zeichnungen anfertigen. Dann müssen die Variablen verankert und die Gleichung mathematisch formuliert werden. Zum Schluss den Antwortsatz nicht vergessen!

Beispiel 1 :

„Heidi, Peter und Dimitri verkaufen für einen guten Zweck selbstgebackene Kuchenstücke. Heidi ist dabei besonders erfolgreich und verkauft 15 Kuchenstücke, Peter verkauft 10 und Dimitri zwei weniger als Peter. Zudem erhalten sie gemeinsam Trinkgeld von CHF 25.—. Am Schluss des Tages haben sie Gesamteinahmen aus dem Verkauf und dem zusätzlichen Trinkgeld von CHF 124.--. Wie teuer ist ein Stück Kuchen?“

Beim Lesen ist dir sicher aufgefallen, dass nur ein kleiner Teil des Textes wirklich etwas mit Mathematik zu tun hat. Der Rest ist „Füllmaterial“, damit auch eine Geschichte entsteht. Hier habe ich alle mathematisch „unwichtigen“ Textstellen ganz hell gedruckt, damit du nur noch die mathematisch wichtigen Dinge siehst:

„Heidi, Peter und Dimitri *verkaufen für einen guten Zweck selbstgebackene Kuchenstücke*. ***Heidi*** *ist dabei besonders erfolgreich und* ***verkauft 15 Kuchenstücke, Peter verkauft 10*** *und* ***Dimitri zwei weniger als Peter****. Zudem erhalten sie gemeinsam* ***Trinkgeld von CHF 25.—.*** *Am Schluss des Tages haben sie* ***Gesamteinahmen*** *aus dem Verkauf und dem zusätzlichen Trinkgeld* ***von CHF 124****.--. Wie teuer ist ein Stück Kuchen?“*

Jetzt geht es darum, die Variable zu verankern, also festzulegen, was in der Gleichung mit x bezeichnet werden soll. Hier ist die Definition auf Grund der Fragestellung eigentlich klar: „Wie teuer ist ein Stück Kuchen?“ bedeutet: Es ist nicht bekannt, was ein Stück Kuchen kostet, das soll berechnet werden

Verankerung:	x: Preis eines Stückes Kuchen	
Terme aus dem Text:	Heidi verkauft 15 Kuchenstücke	→ Einnahmen Heidi: 15x
	Peter verkauft 10 Kuchenstücke	→ Einnahmen Peter: 10x
	Dimitri verkauft 2 weniger als Peter	→ Einnahmen Dimitri: 8x
Text-Gleichung:	Die Gesamteinnahmen (inkl. Tringeld) betragen CHF 25.—	
	Einnahmen Heidi + Peter + Dimitri + Trinkgeld = 124.—	
Gleichung:	15x + 10x + 8x + 25 = 124	

Gleichung lösen:	15x + 10x + 8x + 25	= 124	‖ V (Vereinfachen)
	33x + 25	= 124	‖ -25
	33x	= 124	‖ -25
	33x	= 99	‖ :33
	x	= 3	‖ x = 3

Der Preis eines Kuchenstückes ist CHF 3.--

Jetzt kann dieses Ergebnis im Sinne einer Kontrolle in die Gleichung eingesetzt werden. Zudem muss noch überprüft werden, ob das Ergebnis Sinn macht (Grössenordung). Dass ein Kuchenstück für einen guten Zweck 3 Franken kostet, ist realistisch.

Beispiel 2:
„Vergrössere das Achtfache einer Zahl um 14. Dann erhältst du gleich viel, wie wenn du das Dreifache der Zahl um 31 verkleinern würdest. Wie heisst die Zahl?“.

Hier ist nicht viel Füllmaterial enthalten. Doch auch hier ist die Verankerung eindeutig: „Wie heisst die Zahl?“ bedeutet: Die Zahl ist unbekannt und soll berechnet werden.

Verankerung:	x: Die gesuchte Zahl	
Terme aus dem Text:	Achtfaches der Zahl:	8x
	Dreifaches der Zahl:	3x
Text-Gleichung:	Achtfaches der Zahl plus 14 ist gleich gross wie Dreifaches der Zahl minus 31.	
Gleichung:	8x + 14 = 3x - 31	

Gleichung lösen:	8x + 14	= 3x – 31	‖ - 14 (Ziel: Alle x links, alle Zahlen rechts)
	8x	= 3x – 31 – 14	‖ V
	8x	= 3x – 45	‖ -3x
	8x – 3x	= (- 45)	‖ V
	5x	= (- 45)	‖ : 6
	x	**= (-9)**	

Die gesuchte Zahl heisst (-9).

Jetzt kann dieses Ergebnis im Sinne einer Kontrolle getestet werden. Das Achtfache ist (-72), wenn man das um 14 vergrössert, ergibt das (– 58). Das Dreifache der Zahl ist (-27) und wenn man dies um 31 verkleinert, ergibt das (-58). Die Lösung stimmt.

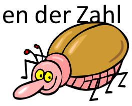
Aufgaben Text in Gleichungen

1. Lies die folgenden Aufgaben gut und genau durch. Schreibe die Variable, die Terme aus dem Text, sowie die Gleichung auf und löse sie.

a) Eine Bahnreise kostet für eine Reisegruppe total CHF 358.— Es hat 5 Erwachsene und einige Kinder in der Gruppe. Die Tickets kosten für Erwachsene 32.—und für Kinder 18.--. Wie viele Kinder sind in der Reisegruppe?

b) Eine Konzerthalle wird vergrössert und die Ticketpreise werden dabei leicht erhöht. Die alten Tickets wurden für 42.—verkauft, neu werden 60.—verlangt. Bisher waren total 1200 Zuschauerplätze eingebaut. Durch die Vergrösserung können die Einnahmen aus den Ticketpreisen verdoppelt werden. Wie viele Zuschauerplätze werden neu gebaut?

c) Wird eine Zahl verdoppelt und dann um 16 vergrössert, erhält man gleich viel, wie wenn man vom Sechsfachen der Zahl 36 wegzählt.



d) Petra und ihre Freundin Annegret haben Taschengeld erhalten. Petra merkt, dass sie gerade viermal so viel Geld hat, wie Annegret. Petra bezahlt ihre Schulden bei ihrer Freundin und gibt ihr darum CHF 5.--. Jetzt hat sie nur noch Doppelt so viel Geld in der Tasche, wie ihre Freundin. Wer hat wie viel Taschengeld erhalten?

e) Frank hat Geburtstag und feiert mit seinen Eltern und seinem Onkel. Dieser ist genau 5mal so alt wie Frank. In 12 Jahren wird er aber nur noch doppelt so alt sein. Wie viele Kerzen sind auf Franks Geburtstagskuchen?

4. Ungleichungen

Zusatzinformation
(an dieser Stelle im Lehrmittel nicht vorhanden)

4.1 Verständnis von Ungleichungen

Ungleichungen sind im Prinzip gleich zu behandeln wie Gleichungen. Die Ausnahme ist die, dass die Lösung, also die gesuchte unbekannte Zahl nicht nur eine Zahl ist, sondern unendlich viele Lösungen in Frage kommen. Dies natürlich darum, weil die Waage ja nicht im Gleichgewicht, sondern einfach auf einer vorgegebene Seite schwerer sein muss.

Dies bedeutet, dass wir uns beim Angeben der Lösungsmenge etwas einfallen lassen müssen, schliesslich wollen wir ja nicht unendlich viele Zahlen aufschreiben.

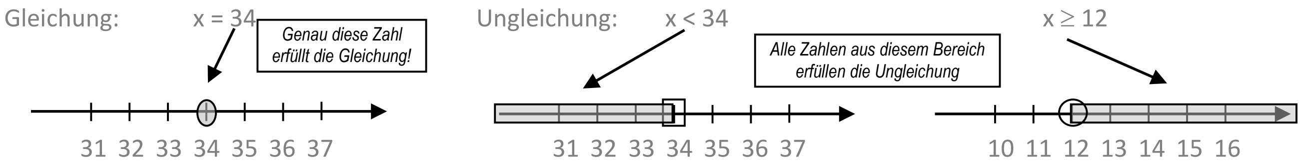
Genau wie bei den Punktmengen in der Geometrie hat bei den Ungleichungen die Grenze (also das „gleich“) eine besondere Funktion, denn wir bewegen uns eigentlich bis zum Schluss an der Grenze (behandeln die Ungleichung also genau wie eine Gleichung). Erst für die Angabe der Lösungsmenge müssen wir uns überlegen, welcher Bereich der Zahlengerade als Lösung in Frage kommt.

Wir können also Feststellen:

Die Lösungen einer Gleichung sind auf dem Zahlenstrahl als Punkt dargestellt.

Die Lösungen einer Ungleichung sind dagegen ein Strahl, dessen Endpunkt entweder dazugehört, oder nicht.

Beispiele:



1. **Lösungsschema für Ungleichungen**

Das allgemeine Lösungsschema ist identisch mit dem der Gleichungen:

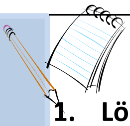
<u>Allgemeines Lösungsschema:</u>

1. Termvereinfachungen
2. Isolieren der Lösungsvariable durch Äquivalenzumformungen.
3. Lösung angeben

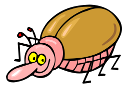
Beispiele:

14	<	38 + 4x	|| keine Vereinfachung möglich	*Schritt 1 (hier nicht nötig)*
14	<	38 + 4x	|| - 38, weil dies die Gegenoperation von +38 ist.	*Schritt 2 (Isolieren von x)*
14 – 38	<	4x	|| V	*(Vereinfachen)*
(-24)	<	4x	|| : 4, weil Gegenoperation von • 4	*(dividieren)*
(-6)	<	x	|| <u>**x > (-6)**</u>	*Schritt 3: Lösung angeben*

Vorsicht: Vermeide das Dividieren durch eine negative Zahl!



Aufgaben Ungleichungen



1. Löse die folgenden Ungleichungen auf und bestimme die Lösungsmenge:

a) $(-23) < x + (-2)$

b) $x - (-7) > 24$

c) $(-6x) - (-34) \leq (-8) - (-8x)$

d) $(-7x) - [\,(-5) + (-6x)\,] < (-3x) - [\,(-29) + (-3x)\,]$

In dieser Form im Lehrmittel nicht verlangt
(Diese Aufgabentypen sind weiterführend als im Lehrmittel „Mathematik 1")

In dieser Form im Lehrmittel nicht verlangt
(Diese Aufgabentypen sind weiterführend als im Lehrmittel „Mathematik 1")

e) $26 < (-7) - [\,(-3) + (-5x)\,]$

f) $(-7) \geq (-5) - (-5x) - [\,(-6) - (-9x)\,]$

g) $(-5x) - (-6)[(-3) - (-4x)] \leq (-75)$

h) $1188 \leq (-9)[\,(-7x) + (-6)\,]$

i) $(-5x) - (-10)[(-9x) - (-9)] \leq (-1525)$

j) $(-6) - (-5)[(-7x) - (-9)] < 249$

In dieser Form im Lehrmittel nicht verlangt
(Diese Aufgabentypen sind weiterführend als im Lehrmittel „Mathematik 1")

Und darauf will ich achten: