

Seiten 9 / 10 / 11

Aufgaben Ähnlichkeit

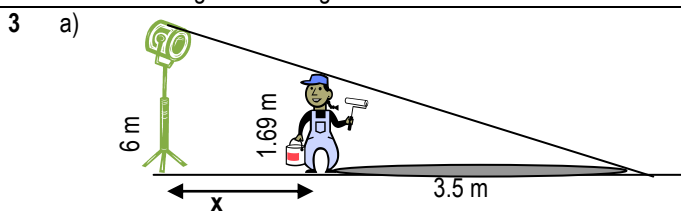
1 Vorbemerkung: Alle abgebildeten Dreiecke sind ähnlich (weil sie lauter gleiche Winkel haben). Also gilt jeweils:

$$\frac{\text{kurze Seite Dreieck 1}}{\text{kurze Seite Dreieck 2}} = \frac{\text{lange Seite Dreieck 1}}{\text{lange Seite Dreieck 2}} = \frac{\text{Basis Dreieck 1}}{\text{Basis Dreieck 2}}$$

- a)  $\frac{14}{8} = \frac{x}{18} \rightarrow 8x = 14 \cdot 18 \rightarrow x = \frac{14 \cdot 18}{8} \rightarrow x = 31.5$        $\frac{8}{14} = \frac{y}{21} \rightarrow 15y = 21 \cdot 8 \rightarrow y = \frac{8 \cdot 21}{14} \rightarrow y = 12$
- b)  $\frac{x}{12} = \frac{40}{16} \rightarrow 16x = 40 \cdot 12 \rightarrow x = \frac{40 \cdot 12}{16} \rightarrow x = 30$        $\frac{16}{40} = \frac{y}{22} \rightarrow 40y = 22 \cdot 16 \rightarrow y = \frac{22 \cdot 16}{40} \rightarrow y = 8.8$
- c)  $\frac{x}{30} = \frac{36}{48} \rightarrow 48x = 30 \cdot 36 \rightarrow x = \frac{30 \cdot 36}{48} \rightarrow x = 22.5$        $\frac{48}{36} = \frac{y}{54} \rightarrow 36y = 48 \cdot 54 \rightarrow y = \frac{48 \cdot 54}{36} \rightarrow y = 72$
- d)  $\frac{x}{36} = \frac{35}{45} \rightarrow 45x = 35 \cdot 36 \rightarrow x = \frac{35 \cdot 36}{45} \rightarrow x = 28$       y mit Pythagoras:  $y = \sqrt{45^2 - 36^2} = 27$   
z mit Pythagoras:  $z = \sqrt{35^2 - 28^2} = 21$  (ginge auch mit Ähnlichkeit)
- e)  $\frac{x}{36} = \frac{40}{32} \rightarrow 32x = 40 \cdot 36 \rightarrow x = \frac{40 \cdot 36}{32} \rightarrow x = 45$        $\frac{y}{37} = \frac{32}{40} \rightarrow 40y = 37 \cdot 32 \rightarrow y = \frac{37 \cdot 32}{40} \rightarrow y = 29.6$

2 a)  $\frac{x}{100} = \frac{144}{120} \rightarrow 120x = 144 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{144 \cdot 100}{120} \rightarrow x = 120$

- b)  $\frac{x}{2.1} = \frac{1.2}{4.6} \rightarrow 4.6x = 2.1 \cdot 1.2 \rightarrow x = \frac{2.1 \cdot 1.2}{4.6} \rightarrow x = 0.55$        $\frac{y}{6} = \frac{2.1+x}{2.1} \rightarrow 2.1y = 6 \cdot 2.8 \rightarrow y = \frac{6 \cdot 2.8}{2.1} \rightarrow y = 8$
- c)  $\frac{x}{4} = \frac{1.5}{2.5} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 1.5}{2.5} \rightarrow x = 2.4$        $\frac{y}{7} = \frac{2.5}{2.5 + 1.5} \rightarrow y = \frac{2.5 \cdot 7}{4} \rightarrow y = 4.375$        $\frac{z}{7} = \frac{6}{4} \rightarrow z = \frac{6 \cdot 7}{4} \rightarrow z = 10.5$
- d)  $\frac{x}{25} = \frac{12}{16} \rightarrow x = \frac{25 \cdot 12}{16} \rightarrow x = 18.75$        $\frac{y}{30} = \frac{16}{25} \rightarrow y = \frac{16 \cdot 30}{25} \rightarrow y = 19.2$
- e)  $\frac{x}{9f} = \frac{5g}{6g} \rightarrow x = \frac{5g \cdot 9f}{6g} \rightarrow x = 7.5f$        $\frac{y}{6g} = \frac{12f}{8g} \rightarrow y = \frac{6g \cdot 12f}{8g} \rightarrow y = 9f$



Nach 2. Strahlensatz gilt:

$$\frac{x+3.5}{6} = \frac{3.5}{1.69} \quad || \cdot \text{HN}$$

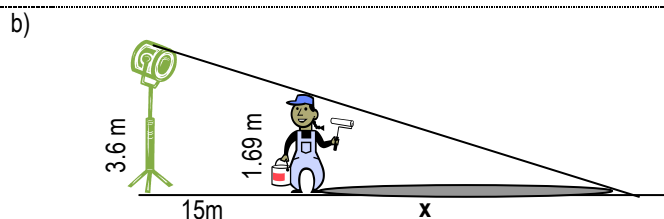
$$1.69(x+3.5) = 6 \cdot 3.5 \quad || \text{vereinfachen}$$

$$1.69x + 5.915 = 21 \quad || -5.915$$

$$1.69x = 15.085 \quad || : 1.69$$

$$x = 8.926$$

**Der Scheinwerfer steht 8.926m entfernt.**



Nach 2. Strahlensatz gilt:

$$\frac{x+15}{3.6} = \frac{x}{1.69} \quad || \cdot \text{HN}$$

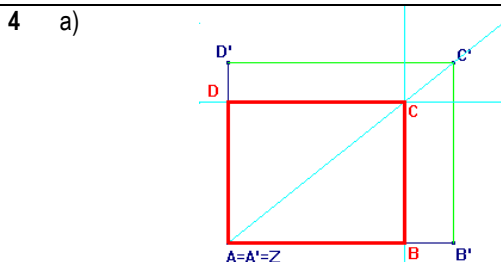
$$1.69(x+15) = 3.6 \cdot x \quad || \text{vereinfachen}$$

$$1.69x + 25.35 = 3.6x \quad || -1.69x$$

$$25.35 = 1.91x \quad || : 1.91$$

$$x = 13.2725$$

**Der Schatten wird 13.27m lang.**



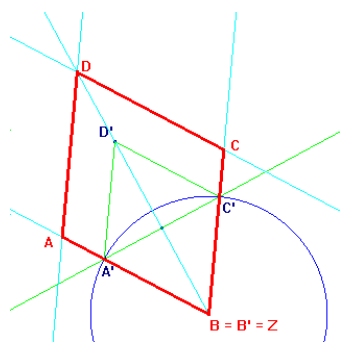
- Konstruktionsbericht:
- Hilfsrechteck mit Seitenlängen 4cm und 5cm (richtiges Seitenverhältnis)
  - Auf der Diagonale von A aus 5cm abmessen  $\rightarrow$  C
  - Strecken des Hilfsrechteckes (Parallelverschieben durch C)
  - Lösung rot markieren

(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Seiten 11 / 12 / 13

Aufgaben Ähnlichkeit

4 b)

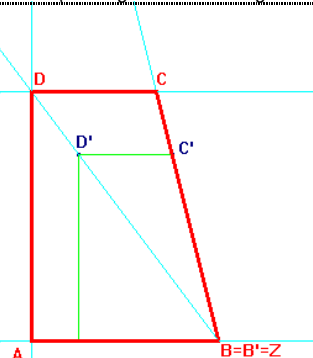


(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Konstruktionsbericht:

1. Diagonale  $BD' = 5\text{cm}$
2. Mittelsenkrechte auf diese Diagonale (Im Rhombus stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander)
3.  $k(B, r=3\text{cm}) \cap$  Mittelsenkrechte  $\rightarrow C', A'$   
 $\rightarrow$  Hilfsrhombus mit Verhältnis 5:3 von  $B'D'$  zu  $B'C'$
4. Auf der Diagonale  $BD$  7cm abmessen (dies ist, wie man sieht, die längere Diagonale)  $\rightarrow D$
5. Strecken des Hilfsrhombus ( $D'C' \parallel$  durch  $D$  und  $D'A' \parallel$  durch  $D$ , mit dem Strahl  $BC'$  resp.  $BA'$  schneiden)
6. Lösung rot markieren

c)



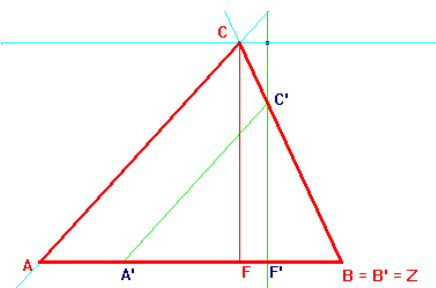
(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Konstruktionsbericht:

1. Hilfstrapez zeichnen (rechtwinklig, Paralleelseiten verhalten sich wie 3:2, Höhe zur kürzeren Paralleelseite wie 2:1  $\rightarrow$  Also längere Paralleelseite 3cm, kürzere 2cm, Höhe 4cm.)
2. Auf zweiter Schrägseite 5.5 cm abmessen  $\rightarrow C$
3. Strecken des Hilfstrapezes an B.
4. Lösung rot markieren

$\rightarrow$  Hier wäre auch eine „umgekehrte Lösung denkbar, wo der rechte Winkel bei B liegt.

d)

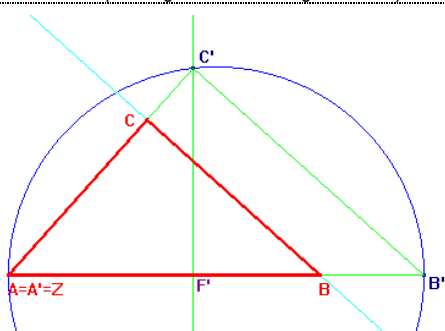


(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Konstruktionsbericht:

1. Hilfsdreieck zeichnen (Winkel  $\beta = 65^\circ$ ,  $A'B' = 5\text{cm}$ ,  $B'C' = 4\text{cm}$ )
2. Im Hilfsdreieck die Höhe einzeichnen ( $\rightarrow F'$ )
3. Einen Höhenstreifen  $\parallel$  zu  $A'B'$  mit Abstand 5cm (für die Höhe des gesuchten Dreiecks)
4. Strecken des Hilfsdreiecks an B ( $BC' \cap$  Höhenstreifen = C, danach  $A'C'$  durch C parallel verschieben  $\rightarrow A$ ).
5. Lösung rot markieren

e)

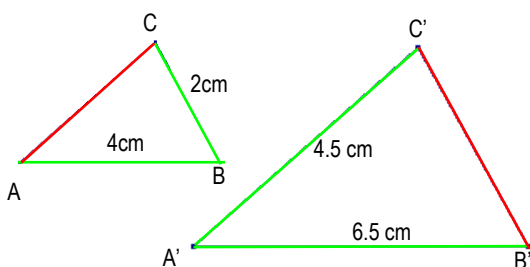


(Lösung ist verkleinert gezeichnet)

Konstruktionsbericht:

1. Hilfshypothense mit Länge 9cm zeichnen (wegen Teilverhältnis 4:5), darauf den Punkt  $F'$  ( $A'F' = 4\text{cm}$ ,  $F'B' = 5\text{cm}$ )
2. Höhe als Senkrechte auf Hypothense einzeichnen und mit Thaleskreis über  $A'B'$  schneiden  $\rightarrow C'$
3. Das Hilfsdreieck ist fertig
4. Auf der kürzeren Kathete 4.5cm abtragen  $\rightarrow C$
5. Hilfsdreieck an A strecken ( $B'C' \parallel$  durch  $C \rightarrow B$ )
6. Lösung rot markieren.

5 a) Skizze:



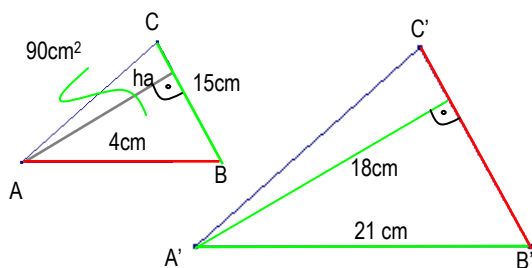
Wegen der Ähnlichkeit gilt:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$

$$1. \quad AC: \frac{AC}{4.5} = \frac{4}{6.5} \rightarrow AC = \frac{4 \cdot 4.5}{6.5} = 2.769\text{cm}$$

$$2. \quad B'C': \frac{B'C'}{2} = \frac{6.5}{4} \rightarrow B'C' = \frac{2 \cdot 6.5}{4} = 2.889\text{cm}$$

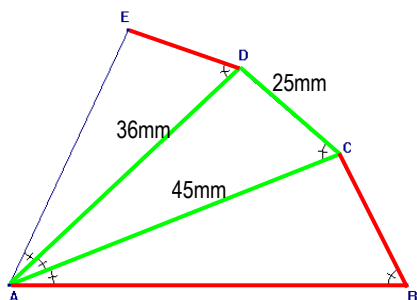
**Seiten 13 / 14**  
Aufgaben Ähnlichkeit

5 b) Skizze:



1.  $h_a$  berechnen (damit man zugeordnete Verhältnisse erhält)  $\rightarrow A_{\triangle ABC} = \frac{h_a \cdot 15}{2} \rightarrow$  Also  $h_a = 180 : 15 = 12 \text{ cm}$
2.  $AB: \frac{AB}{21} = \frac{12}{18} \rightarrow AB = \frac{21 \cdot 12}{18} = 14 \text{ cm}$
3.  $B'C': \frac{B'C'}{15} = \frac{18}{12} \rightarrow B'C' = \frac{15 \cdot 18}{12} = 22.5 \text{ cm}$

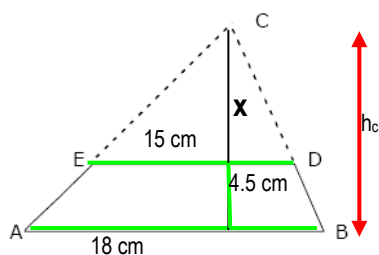
6



Alle Dreiecke sind ähnlich (gleiche Winkel)

1. Es gilt:  $\frac{AB}{45} = \frac{45}{36} \rightarrow AB = \frac{45 \cdot 45}{36} = 56.25 \text{ mm}$
2. Ebenso:  $\frac{BC}{25} = \frac{45}{36} \rightarrow BC = \frac{25 \cdot 45}{36} = 31.25 \text{ mm}$
3. und  $\frac{ED}{36} = \frac{25}{45} \rightarrow ED = \frac{25 \cdot 36}{45} = 20 \text{ mm}$
4. **Damit ist der Streckenzug**  
 $ABCDE = 56.25 + 31.25 + 25 + 20 = 132.5 \text{ mm}$

7 a)

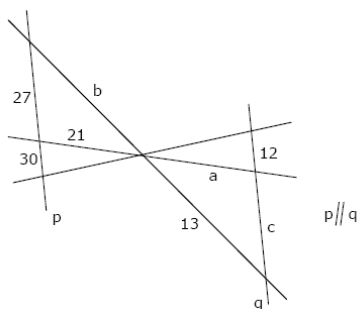


Dies ist eine Strahlensatzfigur (1. Strahlensatz).  
Daher gilt:

$$\begin{aligned} \frac{x + 4.5}{18} &= \frac{x}{15} && \parallel \bullet \text{HN (90)} \\ 5(x + 4.5) &= 6x && \parallel \vee \\ 5x + 22.5 &= 6x && \parallel - 5x \\ 22.5 &= x \end{aligned}$$

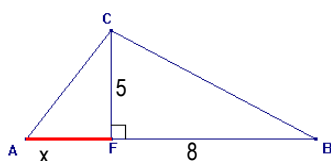
**Das Dreieck war 27cm hoch ( $h_c = x + 4.5$ ).**

b)



1. Es gilt:  $\frac{21}{30} = \frac{a}{12} \rightarrow a = \frac{21 \cdot 12}{30} = 8.4$
2. Ebenso:  $\frac{c}{a} = \frac{27}{21} \rightarrow c = \frac{8.4 \cdot 27}{21} = 10.8$
3. und  $\frac{b}{21} = \frac{13}{a} \rightarrow ED = \frac{21 \cdot 13}{8.4} = 32.5$

c)



Die Dreiecke AFC und CFB sind ähnlich. Dabei haben die Seiten folgende Funktion:  
AF: kurze Kathete im Dreieck AFC  
CF: kurze Kathete im Dreieck BFC und lange Kathete im Dreieck AFC  
FB: lange Kathete im Dreieck BFC.

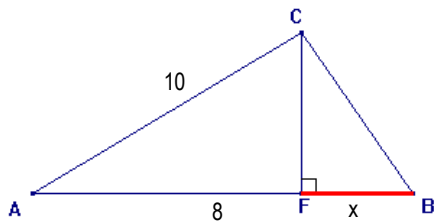
Also gilt:  $\frac{\text{kurze Kathete}}{\text{lange Kathete}} = \frac{\text{kurze Kathete}}{\text{lange Kathete}} \rightarrow \frac{AF}{CF} = \frac{CF}{FB}$

somit:  $\frac{x}{5} = \frac{5}{8} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 5}{8} = 3.125$

**Seiten 14 / 15 / 16**

Aufgaben Ähnlichkeit

5 d)



Die Dreiecke AFC und BFC sind ähnlich. Dabei haben die Seiten folgende Funktion:  
 AF: kurze Kathete im Dreieck AFC  
 CF: kurze Kathete im Dreieck BFC und lange Kathete im Dreieck AFC  
 FB: lange Kathete im Dreieck BFC.  
 AC: Hypotenuse im Dreieck AFC  
 CB: Hypotenuse im Dreieck BFC

Mit Pythagoras lässt sich die Seite CF berechnen:

$$CF = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

Durch Ähnlichkeit gilt:

$$\frac{\text{kurze Kathete}}{\text{lange Kathete}} = \frac{\text{kurze Kathete}}{\text{lange Kathete}} \rightarrow \frac{CF}{AF} = \frac{BF}{CF}$$

$$\text{somit: } \frac{6}{8} = \frac{x}{6} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 6}{8} = 4.5$$

8 a) Das Flächenverhältnis beträgt 3 : 9. Dies entspricht dem Verhältnis 1 : 3.  
 Das heisst, dass das Seitenverhältnis =  $\sqrt{1} : \sqrt{3}$  und damit

**Seitenverhältnis = 1 :  $\sqrt{3}$  → Der Streckfaktor ist also  $k = \sqrt{3}$**

b) Das grössere Quadrat hat eine Fläche von 100cm<sup>2</sup>. Also ist die Seitenlänge im grossen Quadrat =  $\sqrt{100} = 10$

Das Seitenverhältnis ist 3:5, somit gilt  $\frac{3}{5} = \frac{x}{10}$ , also **x = 6 cm**.

anderer Weg:

Seitenverhältnis 3:5 → Flächenverhältnis 9 : 25. Somit ist die Fläche des kleinen Quadrates 36cm<sup>2</sup>. Also x = 6cm

**Das kleinere Quadrat hat eine Seitenlänge von 6cm.**

c) Seitenverhältnis: 3 : 6 → Flächenverhältnis 9 : 36.

Das grössere Rechteck hat 504cm<sup>2</sup> Fläche und eine Seite von 42cm. Also ist die andere Seite = 504 : 42 = 12cm.

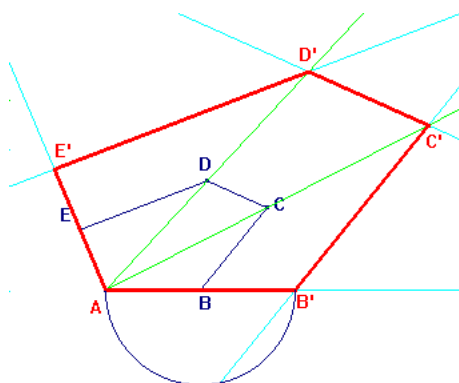
Entsprechend die Seitenlängen im kleinen Rechteck:

$$\frac{3}{6} = \frac{\text{Länge}}{42} \rightarrow \text{Länge} = 21\text{cm} \quad \frac{3}{6} = \frac{\text{Breite}}{12} \rightarrow \text{Breite} = 6\text{cm}$$

**Somit hat das kleine Rechteck die Länge 21cm und die Breite 6cm.**

**Das Flächenverhältnis entspricht 9:36 oder 1:4**

9 a)



Idee:

Vierfache Fläche heisst doppelte Seitenlänge (weil Flächenverhältnis 1:4 → Seitenverhältnis 1:2)

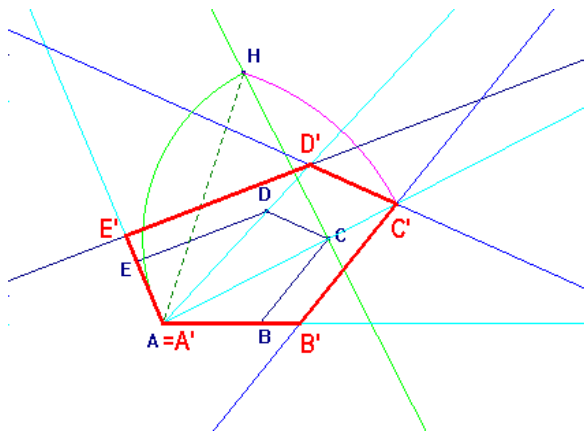
Konstruktionsbericht:

1. AB verdoppeln → B'
2. Figur von A aus strecken (mit Parallelverschieben zur Lösung kommen!)
3. Lösung rot markieren

Seiten 16

Aufgaben Ähnlichkeit

9 b)



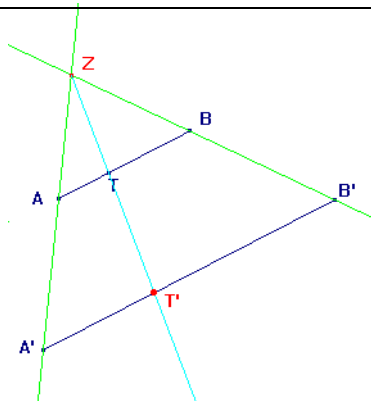
Idee:

Doppelte Fläche heisst  $\sqrt{2}$ -fache Seitenlänge (weil Flächenverhältnis 1:2  $\rightarrow$  Seitenverhältnis  $1:\sqrt{2}$ ). eine um  $\sqrt{2}$  längere Strecke kann mittels Diagonale im Quadrat konstruiert werden (siehe Pythagoras, „Die Diagonale im Quadrat“)

Konstruktionsbericht:

1. halbes Quadrat zeichnen (hier z.B. über AC  $\rightarrow$  ergibt Punkt H. Die Strecke AH ist jetzt  $\sqrt{2}$  länger als AC.
2. AH auf dem Strahl AC abtragen  $\rightarrow$  C'
3. Figur strecken (Parallelverschieben ausnützen)
4. Lösung rot markieren.

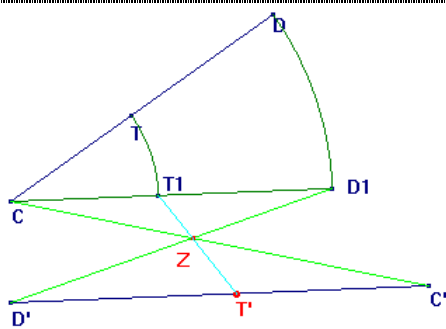
10 a)



Konstruktionsbericht:

1. AA' und BB' schneiden  $\rightarrow$  Z
2. TZ mit A'B' schneiden  $\rightarrow$  T'

b)



Konstruktionsbericht:

1. Parallele zu D'C' durch C
2. T und D auf die Parallele drehen ( $\rightarrow$  Zentrische Streckung funktioniert nur bei parallelen Geraden, also bringen wir die Strecke CD in eine parallele Lage zu C'D').
3. D1 mit D' und CC' verbinden, schneiden  $\rightarrow$  Z
4. T1 mit Z verbinden, mit C'D' schneiden  $\rightarrow$  T'