

Seite 2 Teilbarkeit	Zahl	Überprüfungsart / Notizen:	Teilbar durch									
			2	3	4	5	6	8	9	10	11	12
	125	Quersumme=8, letzte Ziffer:5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	351	QS=9	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	282	letzte Ziffer:2, QS: 12	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	5088	QS: 21, letzte 2 Ziffern: :4 , letzte 3 Ziffern: :8	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	352	QS:10, letzte 2 Ziffern: 4; 3 letzte:8; alt. QS=0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	71516	QS: 20; letzte 2 Ziff: : 4.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	38580	QS:24, letzte 2 Ziff: : 4, letzte Ziffer: 0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	95623	QS: 25, altQS:11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5124	QS: 12, letzte 2 Ziff: :4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	

*Bemerkung: Durch 6 teilbar: Zahl ist durch 2 und durch 3 teilbar
Durch 12 teilbar: Zahl ist durch 3 und durch 4 teilbar*

Die Kürzel bedeuten:

- QS: Quersumme (brauchen wir für Teilbarkeit durch 3 oder durch 9)
- altQS: alternierende Quersumme (für die Teilbarkeit durch 11)
- letzte 2 Ziffern: : 4 (Die Zahl aus den letzten beiden Ziffern ist durch 4 teilbar)
- letzte 3 Ziffern: : 8 (Die Zahl aus den letzten drei Ziffern ist durch 8 teilbar)
- letzte Ziffer: (die letzte Ziffer, entweder durch 2 teilbar oder 5 oder 0 (Teilbarkeit durch 5, rsp. 10))

Seite 4 Teiler und Primfaktorzerlegung	1	a) Teiler von 126 = {1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126}	(gelöst mit der Methode der komplementären Teiler)
		b) Teiler von 84 = {1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84}	(gelöst mit der Methode der komplementären Teiler)
		c) Teiler von 38 = {1,2, 19, 38}	(gelöst mit der Methode der komplementären Teiler)
		d) Teiler von 52 = {1, 2, 4, 13, 26, 52}	(gelöst mit der Methode der komplementären Teiler)
		e) Teiler von 168 = {1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 21, 24, 28, 42, 56, 84, 168}	(gelöst mit der Methode der komplementären Teiler)
	2	a) 38 = 2 • 19	e) 64 = 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2
		b) 42 = 2 • 3 • 7	f) 44 = 2 • 2 • 11
		c) 164 = 2 • 2 • 41	g) 15 = 3 • 5
		d) 135 = 3 • 3 • 3 • 5	

Seite 5 ggT – grösster gemeinsamer Teiler	1	Die Überlegung beginnt mit dem Gedanken des ZERTEILENS der beiden Kuchen. → Es entstehen gleich grosse Stücke. Entsprechend suchen wir also von den beiden Zahlen 35 und 60 den grössten gemeinsamen Teiler: 35 = 5 • 7 60 = 2 • 2 • 3 • 5 ggT (35, 60) = 5 (wir nehmen die GEMEINSAMEN Primfaktoren). Die Stücke werden also 5 cm dick.	
	2	a)	ggT (84, 126) = 84 = 2 • 2 • 3 • 7 126 = 2 • 3 • 3 • 7 ggT (84, 126) = 2 • 3 • 7 = 42
		b)	ggT (21, 84) 21 = 3 • 7 84 = 2 • 2 • 3 • 7 ggT (21, 84) = 3 • 7 = 21
		c)	ggT (268, 737) 268 = 2 • 2 • 67 737 = 11 • 67 ggT (268, 737) = 67
		d)	ggT (26, 156) 26 = 2 • 13 156 = 2 • 2 • 3 • 13 ggT (26, 156) = 2 • 13 = 26
		e)	ggT (121, 165) 121 = 11 • 11 165 = 3 • 5 • 11 ggT (121, 165) = 11

Seite 7 kgV – kleinstes gemeinsames Vielfaches	1	Die Überlegung beginnt mit dem Gedanken des WIEDERERREICHENS des Ausgangszustandes (gleiche Höhe der Treppen). Entsprechend suchen wir also von den beiden Zahlen 15 und 18 das kleinste gemeinsame Vielfache. 15 = 3 • 5 18 = 2 • 3 • 3 kgV (15, 18) = 2 • 3 • 3 • 5 = 90 (alle Primfaktoren der kleineren Zahl und die zusätzlichen Primfaktoren der grösseren Z.) Man steht also auf 90 cm Höhe. Auf der ersten Treppe steht man auf der 6.Stufe, auf der zweiten Treppe auf der 5. Stufe.	
	2	a)	kgV (84, 126) 84 = 2 • 2 • 3 • 7 126 = 2 • 3 • 3 • 7 kgV (84, 126) = 2 • 2 • 3 • 7 = 252
		b)	kgV (21, 15) 21 = 3 • 7 15 = 3 • 5 kgV (21, 15) = 3 • 5 • 7 = 105
		c)	kgV (134, 737) 134 = 2 • 67 737 = 11 • 67 kgV (134, 737) = 2 • 11 • 67 = 1474
		d)	kgV (52, 156) 52 = 2 • 2 • 13 156 = 2 • 2 • 3 • 13 kgV (52, 156) = 2 • 2 • 3 • 13 = 156
		e)	kgV (121, 130) 121 = 11 • 11 130 = 2 • 5 • 13 kgV (121, 130) = 2 • 5 • 11 • 11 • 13 = 15730

Lösungen Mathematik-Dossier Grundoperationen in \mathbb{Q}

Seite 8 / 9	ggT und kgV – Gemischte Aufgaben	1		<i>ggT</i>	<i>kgV</i>	<i>Grund:</i>
		a)	Rasenfläche mit quadratischen Platten belegen. Wie gross kann diese quadratische Platte maximal sein.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Rasenfläche muss aufgeteilt werden in quadratische (gleiche) Stücke
		b)	Lampen blinken in verschiedenem Abstand. Wann blinken sie gleichzeitig?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Wiederholung eines Ausgangszustandes. (Wieder gleichzeitiges Blinken)
		c)	Zwei verschieden grosse Räder drehen sich. Wann sind sie das erste Mal wieder in der Ausgangsposition?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Wiederholung eines Ausgangszustandes. (Räder wieder in gleicher Position)
		d)	Ein Quader mit verschiedener Kantenlänge soll mit Würfelchen ausgefüllt werden. Maximale Länge der Würfelkante?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Quader wird in gleich grosse Würfelchen (Teile) zerteilt.
		e)	Verschiedene Treppen mit unterschiedlicher Stufenhöhe. Wann ist man das erste Mal wieder auf gleicher Höhe?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Wiederholung eines Ausgangszustandes (Treppenstufen wieder auf gleicher Höhe)
		f)	Rund um ein Schwimmbad soll ein Weg aus quadratischen Platten gelegt werden. Wie gross dürfen die maximal sein?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Weg wird in gleiche Stücke (Quadrate) geteilt.
		g)	Ein rechteckiges Rasenfeld soll mit möglichst wenigen Schnitten von einem Rasenmäher gemäht werden. Wie breit kann dieser Rasenmäher höchstens sein?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Rasenmäher teilt den Rasen in gleiche Streifen.
Seite 11	Bruchteile vom Ganzen	2	a)	kgV (24, 30, 42) $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ $kgV = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$		kgV, weil Wiederholung des Ausgangszustandes (alle fahren gleichzeitig) Es dauert 840 min (= 14 h).
		b)	kgV (32, 40, 48) $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ $kgV = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 480$		kgV, weil Wiederholung eines Ausgangszustandes (alle sind wieder auf gleicher Linie) Es dauert 480 s (= 8 Minuten).	
		c)	ggT (180, 252, 144) $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ $144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $ggT = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$		ggT, weil Latten in Stücke ZERTEILT werden. Zudem : alles in gleiche Einheiten (hier in cm verwandeln) Es gibt 36cm grosse Stücke Also gibt es total 5 + 7 + 4 = 16 Stücke.	
		d)	ggT (21, 84, 75, 63) $21 = 3 \cdot 7$ $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$ $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$ $63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$ $ggT = 3$		ggT, weil Platten die Fläche in gleich grosse Stücke teilen. zudem: Alles in gleiche, „kommalose“ Einheiten (hier dm) Die Platten haben eine Kantenlänge von 3 dm (0, 3 m)	
		e)	$450 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ alle Zahlen müssen $3 \cdot 5 \cdot 5$ beinhalten ($15 = 3 \cdot 5, 25 = 5 \cdot 5$) somit: kleinste Zahl: $3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$ zweite Zahl: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 150$ dritte Zahl: $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 225$		durch 25 teilbar: Die Primfaktoren von 25 sind enthalten. durch 15 teilbar: Die Primfaktoren von 15 sind enthalten. die kleinste Zahl muss also mindestens $3 \cdot 5 \cdot 5$ sein. Nachher: Die zusätzlichen Primfaktoren zuteilen.	
		f)	kgV (8, 12, 14) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ $14 = 2 \cdot 7$ $kgV = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$		kgV, weil Wiederherstellung eines Ausgangszustandes (alle tropfen wieder gleichzeitig) Es dauert 168 Sekunden.	
		1	a)	$5 : 8 \cdot 96 = 96 : 8 \cdot 5 = 12 \cdot 5 = \mathbf{60}$		<i>Bruch als Division darstellen, dann mit Operatorkonzept umstellen. (von = \cdot)</i>
b)	$3 : 25 \cdot 275 = 275 : 25 \cdot 3 = 11 \cdot 3 = \mathbf{33}$					
c)	$4 : 33 \cdot 231 = 231 : 33 \cdot 4 = 7 \cdot 4 = \mathbf{28}$					
d)	$6 : 11 \cdot 96822 = 96822 : 11 \cdot 6 = 8802 \cdot 6 = \mathbf{52812}$					
e)	$2 : 8 \cdot 56 = 56 : 8 \cdot 2 = 7 \cdot 2 = \mathbf{14}$					
2	a)	$6 \cdot 4 = 24$. Die gesuchte Zahl heisst 24 .		<i>Achte darauf, WAS genau gegeben ist. Wie viele Teile vom Ganzen sind bekannt?</i>		
b)	$3 : 4 \cdot 8 = 8 : 4 \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$. Die gesuchte Zahl heisst 6 .					
c)	$456 : 4 \cdot 6 = 114 \cdot 6 = 684$. Die gesuchte Zahl heisst 684 .					
d)	$2 : 3 \cdot 27 = 27 : 3 \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18$. Die gesuchte Zahl heisst 18 .					
3	a)	$\frac{2}{5}$ von 2 Stunden = $\frac{2}{5}$ von 120 Minuten = $2 : 5 \cdot 120 = 120 : 5 \cdot 2 = 24 \cdot 2 = \mathbf{48 [Minuten]}$				
b)	$\frac{3}{6}$ von 1 Minute = $\frac{3}{6}$ von 60 Sekunden = $3 : 6 \cdot 60 = 60 : 6 \cdot 3 = 10 \cdot 3 = \mathbf{30 [Sekunden]}$					
c)	$\frac{2}{8}$ von $1 \text{ m}^3 = \frac{2}{8}$ von $1000 \text{ dm}^3 = 2 : 8 \cdot 1000 = 1000 : 8 \cdot 2 = 125 \cdot 2 = \mathbf{250 [dm^3]}$					
d)	$\frac{7}{10}$ von 1 ha = $\frac{7}{10}$ von 100 a = $7 : 10 \cdot 100 = 100 : 10 \cdot 7 = 10 \cdot 7 = \mathbf{70 [a]}$					

Seite 11 Bruchteile vom Ganzen	4	a) $\frac{20}{24}$ oder $\frac{5}{6}$ (denn 20 sind gesund, „das Ganze“ beträgt 24 (ganze Klasse))	
		b) $\frac{4}{24}$ oder $\frac{1}{6}$ (denn 4 sind krank, „das Ganze“ beträgt 24 (ganze Klasse))	
		c) $\frac{4}{20}$ oder $\frac{1}{5}$ (denn 4 sind krank, „das Ganze“ beträgt 20 (gesunde Schüler))	
	5	a) $\frac{5}{8}$ sind Frauen, das sind also: $32 : 8 \cdot 5 = 20$ Frauen. Total Männer sind : $32 : 8 \cdot 3 = 12$ Männer. $\frac{2}{6}$ von 12 sind 4. Von den Männern sind also 8 anwesend ($12 - 4 = 8$)	
		b) Total Frauen sind 20. Davon sind $\frac{2}{5}$ krank, also 8. Anwesend sind somit 12. Total sind also $12 + 8 = 20$ Sänger anwesend.	
	6	a) $2 : 8 = 0.25$	e) $(d + 10) : 5 = d : 5 + 10 : 5 = d : 5 + 2$
		b) $21 : 7 = 3$	f) $e : (e+1)$
		c) $7 : 21$	g) $(e + 1) : (e + 1) = 1$
		d) $(e+2) : f$ Achtung, Klammern zwingend nötig (d - h)!	h) $6 : (3 + g)$

Seite 13 Brüche - Einführung	1	a) $\frac{(-4)}{(-7)} = \square \frac{4}{7}$ $\square = +$	
		b) $\frac{5}{(-7)} = \frac{(\square 5)}{(\triangle 7)}$ $\square = + \text{ oder } -$ $\triangle = - \text{ oder } +$ (Reihenfolge entscheidend)	
		c) $\frac{(-3)}{8} = \frac{3}{(\triangle 8)}$ $\triangle = -$	
		d) $\frac{5}{8} = \frac{(\square 5)}{(\triangle 8)}$ $\square = + \text{ oder } -$ $\triangle = + \text{ oder } -$ (Reihenfolge entscheidend)	
		e) $\frac{5}{(-8)} = \square \frac{(\triangle 5)}{(\square 8)}$ $\square = + \text{ oder } -$ $\triangle = -$ (Reihenfolge entscheidend)	
	2	a) $(f \cdot 8) : 4 = 8 \cdot f : 4 = 8 : 4 \cdot f = 2 \cdot f = \frac{2f}{1}$	
		b) $(2b - b) : (4a - 3a) = b : a = \frac{b}{a}$	
		c) $(8f^2 : 4f) : (2e \cdot e) = 2f : 2e^2 = \frac{2f}{2e^2} = \frac{f}{e^2}$	
		d) $[(-21) - (-46)] : [6 + (-18)] = 25 : (-12) = \frac{25}{(-12)} = \left(-\frac{25}{12} \right)$	
	3	Gleichwertig sind A und C.	
	4	a) $\frac{(-2) \cdot 4}{2 \cdot 2} = \frac{(-6)}{4} = \frac{(-3)}{2}$	
		b) $\frac{(-2) \cdot 2 \cdot (-2)}{25 + (-21) - (-4)} = \frac{8}{8} = 1$	
		c) $\frac{(-13) - 12}{15 + (-14)} = \frac{(-25)}{1} = (-25)$	
		d) $\frac{(-2) \cdot (-27)}{3 + (-3) + 9} = \frac{54}{9} = 6$	

Seite 14 Erweitern von Brüchen	1		Erweitern mit	3	12	(-5)	(-2)
		a)	$\frac{6}{8}$	$\frac{18}{24}$	$\frac{72}{96}$	$\frac{(-30)}{(-40)}$	$\frac{(-12)}{(-16)}$
		b)	$\frac{9}{11}$	$\frac{27}{33}$	$\frac{108}{132}$	$\frac{(-45)}{(-55)}$	$\frac{(-18)}{(-22)}$
		c)	$\frac{2}{a+1}$	$\frac{6}{3(a+1)} = \frac{6}{3a+3}$	$\frac{24}{12(a+1)} = \frac{24}{12a+12}$	$\frac{(-10)}{(-5)(a+1)} = \frac{(-10)}{(-5a) - 5}$	$\frac{(-4)}{(-2)(a+1)} = \frac{(-4)}{(-2a) - 2}$
		d)	$\frac{b+6}{3}$	$\frac{3(b+6)}{9} = \frac{3b+18}{9}$	$\frac{12(b+6)}{36} = \frac{12b+72}{36}$	$\frac{(-5)(b+6)}{(-15)} = \frac{(-5b) - 30}{(-15)}$	$\frac{(-2)(b+6)}{(-6)} = \frac{(-2b)-12}{(-6)}$
		e)	$\frac{a+4}{a-2}$	$\frac{3(a+4)}{3(a-2)} = \frac{3a+12}{3a-6}$	$\frac{12(a+4)}{12(a-2)} = \frac{12a+48}{12a-24}$	$\frac{(-5)(a+4)}{(-5)(a-2)} = \frac{(-5a)-20}{(-5a)+10}$	$\frac{(-2)(a+4)}{(-2)(a-2)} = \frac{(-2a)-8}{(-2a)+4}$

Seite 14 Erweitern von Brüchen	2	a)	$\frac{12}{15}$			
		b)	$\frac{(-25)}{(-45)}$			
		c)	$\frac{(-42)}{(-14)(a-1)} = \frac{(-42)}{(-14a)+14}$			
		d)	$\frac{24}{12}$			
		e)	$\frac{196}{28}$			
	3		<i>Bruch</i>		<i>erweitert mit</i>	<i>neuer Bruch</i>
		a)	$\frac{3}{a}$		12b²	$\frac{36b^2}{12ab^2}$
		b)	$\frac{4}{2ab}$		6b	$\frac{24b}{12ab^2}$
		c)	$\frac{12}{6b}$		2ab	$\frac{24ab}{12ab^2}$

Seite 15/16 Kürzen von Brüchen	1	a)	$\frac{3}{7}$	kürzen mit 125 (=ggT)	i)	$\frac{3a}{5b}$	kürzen mit 13 (=ggT)
		b)	$\frac{3}{5}$	kürzen mit 25 (=ggT)	j)	$\frac{17a}{27c}$	kürzen mit b (gemeinsamer Faktor)
		c)	$\frac{3}{10}$	kürzen mit 19 (=ggT)	k)	$\frac{ef}{4g}$	kürzen mit fg (gemeinsame Faktoren)
		d)	$\frac{2}{3}$	kürzen mit 41 (=ggT)	l)	$\frac{4}{7}$	kürzen mit (m + n) → Gemeinsamer Faktor
		e)	$\frac{7}{24}$	kürzen mit 15 (=ggT)	m)	(4r + s)	kürzen mit (4r + s) → Gemeinsamer Faktor
		f)	$\frac{2}{3}$	kürzen mit 17 (=ggT)	n)	$\frac{3}{4}$	kürzen mit 6 (e+3f) → Gemeinsame Faktoren (Achtung, nach Kommutativgesetz ist 3f+e = e+3f)
		g)	$\frac{3}{11}$	kürzen mit 7 (=ggT)	o)	$\frac{4y}{5}$	kürzen mit 3xz (Gemeinsame Faktoren)
		h)	$\frac{2a}{3}$	kürzen mit 3 (=ggT)	p)	5a	kürzen mit 5c.
	2	a)	12		f)	$\frac{3}{2}$	
		b)	$\frac{1}{2}$		g)	$\frac{9}{40}$	
		c)	$\frac{1}{45}$		h)	$\frac{3}{7}$	
		d)	$\frac{1}{2}$		i)	$\frac{7}{5}$	
		e)	$\frac{1}{4}$				
	3	a)	$\frac{25+15}{25} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$		f)	$\frac{24x - 16xy}{33a - 22ay} = \frac{8x(3 - 2y)}{11a(3 - 2y)} = \frac{8x}{11a}$	
		b)	$\frac{(-14) + (-12)}{7} = \frac{(-26)}{7}$		g)	$\frac{60c-40d}{20c} = \frac{20(3c-2d)}{20c} = \frac{3c-2d}{c}$	
		c)	$\frac{(-14) + 3}{14 - 3} = \frac{(-11)}{11} = (-1)$		h)	$\frac{25}{5x + 10} = \frac{25}{5(x + 2)} = \frac{5}{x + 2}$	
		d)	$\frac{15 \cdot 3 + 3}{9} = \frac{45 + 3}{9} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$		i)	$\frac{105m + 15}{15} = \frac{15(7m + 1)}{15} = 7m + 1$	
		e)	$\frac{(-6) + 2 \cdot 4}{2 \cdot 3 - (3 + 1)} = \frac{(-6) + 8}{6 - 4} = \frac{2}{2} = 1$		j)	$\frac{2x + 6}{2} = \frac{2(x + 3)}{2} = x + 3$	

Seite 17 Ordnen und Vergleichen von Brüchen	1 a)	$\frac{7}{90} < \frac{7}{29} < \frac{7}{18} < \frac{7}{15} < \frac{7}{12} < \frac{7}{10} < \frac{7}{9} < \frac{7}{8}$	Regel bei gleichen Zählern: Je grösser der Nenner, desto kleiner die Zahl
	b)	$\frac{2}{31} < \frac{3}{31} < \frac{7}{31} < \frac{11}{31} < \frac{14}{31} < \frac{25}{31} < \frac{29}{31} < \frac{35}{31}$	Regel bei gleichen Nennern: Je kleiner der Zähler, desto kleiner die Zahl
	2 a)	$\frac{4}{3} > \frac{4}{5} > \frac{4}{9} > \frac{4}{19} > \frac{4}{21} > (-\frac{4}{10}) > (-\frac{4}{6})$	Regel bei gleichen Zählern: Je kleiner der Nenner, desto grösser die Zahl
	b)	$\frac{16}{17} > \frac{14}{17} > \frac{2}{17} > (-\frac{7}{17}) > (-\frac{9}{17}) > (-\frac{13}{17})$	Regel bei gleichen Nennern: Je grösser der Zähler, desto grösser die Zahl
	3 a)	$\frac{(-4)}{6} \square \frac{4}{(-6)} \quad \square = =$	e) $(-\frac{4}{5}) \square (-\frac{8}{9}) \quad \square = >$ (Ergänzen auf (-)!)
	b)	$(-\frac{12}{67}) \square (-\frac{12}{19}) \quad \square = >$	f) $\frac{(-6)}{(-8)} \square \frac{3}{4} \quad \square = =$ (Ergänzen auf 1!)
	c)	$\frac{(-4)}{98} \square \frac{(-8)}{98} \quad \square = >$	g) $\frac{15}{13} \square \frac{19}{17} \quad \square = >$ (Wieviel über 1?)
	d)	$\frac{13}{18} \square \frac{12}{(-17)} \quad \square = >$	h) $\frac{(-8)}{15} \square \frac{15}{(-22)} \quad \square = >$ (Ergänzen auf (-)!)

Seite 18 Ordnen und Vergleichen von Brüchen	1 a)	$\frac{a}{6} \cdot \frac{2}{5}; \frac{a-1}{15}$	HN: 30 = kgV (5, 6, 15)	$\frac{5a}{30}; \frac{12}{30}; \frac{2(a-1)}{30}$ oder $\frac{2a-2}{30}$	
	b)	$\frac{12}{14}; \frac{18}{21}; \frac{34}{42}$	HN: 42 = kgV (14, 21, 42)	$\frac{36}{42}; \frac{36}{42}; \frac{34}{42}$	
	2 a)	$\frac{75}{90} > \frac{66}{90} > \frac{63}{90} > \frac{60}{90}$	$= \frac{5}{6} > \frac{11}{15} > \frac{7}{10} > \frac{6}{9}$		
	b)	$\frac{78}{90} > \frac{70}{90} > \frac{54}{90} > (-\frac{75}{90}) > (-\frac{80}{90})$	$= \frac{13}{15} > \frac{14}{18} > \frac{3}{5} > (-\frac{5}{6}) > (-\frac{8}{9})$		
	3 a)	$\frac{ab}{6}; \frac{bc}{4}$ HN = 12	$\frac{2ab}{12}; \frac{3bc}{12}$	e) $\frac{x-4}{5a}; \frac{x+3}{3b}$ HN = 15ab	$\frac{3b(x-4)}{15ab}; \frac{5a(x+3)}{15a}$
	b)	$\frac{16}{2x}; \frac{12}{3}$ HN = 6x	$\frac{48}{6x}; \frac{24x}{6x}$	f) $\frac{f-r^2}{ef^2}; \frac{e+r}{ef}$ HN = ef ²	$\frac{f-r^2}{ef^2}; \frac{f(e+r)}{ef^2}$
	c)	$\frac{11}{ab}; \frac{17}{bc}$ HN = abc	$\frac{11c}{abc}; \frac{17a}{abc}$	g) $\frac{e-t}{3b^2}; \frac{e+k}{4b}$ HN = 12b ²	$\frac{4(e-t)}{12b^2}; \frac{3b(e+k)}{12b^2}$
	d)	$\frac{a+3}{3}; \frac{b-2}{5}$ HN = 15	$\frac{5a+15}{15}; \frac{3b-6}{15}$	h) $4x-3; \frac{2x-4}{3}$ HN = 3	$\frac{3(4x-3)}{3}; \frac{2x-4}{3}$

Seiten 19/20 Addition und Subtraktion von Bruchtermen	1 a)	$\frac{a+b+a-b}{2} = \frac{2a}{2} = a$	HN: 2
	b)	$\frac{5b}{ab} - \frac{3a}{ab} = \frac{(-3a)+5b}{ab}$ oder $\frac{5b-3a}{ab}$	HN: ab
	c)	$\frac{5a-2b}{2} + \frac{2b}{2} = \frac{5a-2b+2b}{2} = \frac{5a}{2}$	HN: 2
	d)	$\frac{b^2}{abc} + \frac{a^2}{abc} - \frac{1}{abc} = \frac{a^2+b^2-1}{abc}$	HN: abc
	e)	$\frac{i}{72} - \frac{i}{48} + \frac{i}{15} = \frac{10i}{720} - \frac{15i}{720} + \frac{48i}{720} = \frac{10i-15i+48i}{720} = \frac{43i}{720}$	HN: 720
	f)	$\frac{15 \cdot 5}{120} + \frac{40 \cdot (-2)}{120} - \frac{24 \cdot 3}{120} = \frac{75-80-72}{120} = (-\frac{77}{120})$	HN: 120
	g)	$\frac{p-q-(p+q)}{3} = \frac{p-q-p-q}{3} = \frac{(-2q)}{3}$	HN: 3
	h)	$\frac{2ab+2ab}{a^2b^2} = \frac{4ab}{a^2b^2} = \frac{4}{ab}$	HN: a ² b ²
	i)	$\frac{3ax}{a^2x^2} - \frac{9a}{a^2x^2} = \frac{3ax-9a}{a^2x^2} = \frac{3a(x-3)}{a^2x^2} = \frac{3(x-3)}{ax^2}$	HN: a ² x ²
	k)	$\frac{8x}{2(x-y)} - \frac{y+x}{2(x-y)} = \frac{8x-y-x}{2(x-y)} = \frac{7x-y}{2(x-y)}$	HN: 2(x-y)
	l)	$\frac{40}{4(2x-1)} + \frac{8}{4(2x-1)} - \frac{3}{4(2x-1)} = \frac{40+8-3}{4(2x-1)} = \frac{45}{4(2x-1)}$	HN: 4(2x-1)
	m)	$\frac{4x}{x-y} - \frac{y}{2(x-y)} = \frac{8x}{2(x-y)} - \frac{y}{2(x-y)} = \frac{8x-y}{2(x-y)}$	HN: 2(x-y)
	n)	$(\frac{24a}{24} - \frac{2b}{24} + \frac{3c}{24}) - (\frac{24a}{24} + \frac{3b}{24} - \frac{2c}{24}) = \frac{24a-2b+3c-24a-3b+2c}{24} = \frac{(-5b)+5c}{24} = \frac{5(-b+c)}{24}$	HN: 24

Seite 23 Multiplikation und Division von Bruchtermen	1 a) $\frac{36 \cdot 17}{19 \cdot 42} = \frac{51}{19}$	i) $\frac{(-17)}{1} \cdot \frac{13}{17} = \frac{(-13)}{1} = (-13)$
	b) $\frac{42}{25} \cdot \frac{1}{36} = \frac{42 \cdot 1}{25 \cdot 36} = \frac{7}{150}$	j) $\frac{ebd}{e} = bd$
	c) $\frac{10x}{21}$	k) $\frac{4a \cdot (-b)}{2x^2} = \frac{(-2ab)}{x^2}$
	d) $\frac{6 \cdot 7}{7 \cdot 6x} = \frac{1}{x}$	l) $\frac{4(c-d)}{a} \cdot \frac{a}{8c} = \frac{c-d}{2c}$
	e) $\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{6x} = \frac{1}{x}$	m) $\frac{4(a+b)^2}{5x} \cdot \frac{25x^2}{(a+b)} = \frac{4(a+b) \cdot 5x}{1} = 20x(a+b)$
	f) $\frac{119}{21} \cdot \frac{1}{34} = \frac{1}{6}$	n) $\frac{24}{7} : \frac{15}{14} = \frac{24}{7} \cdot \frac{14}{15} = \frac{16}{5}$
	g) $\frac{121}{169} \cdot \frac{156}{143} = \frac{11}{13} \cdot \frac{12}{13} = \frac{132}{169}$	o) $\frac{27x}{4y} \cdot \frac{5w}{(-18z)} \cdot \frac{4}{1} = \frac{27x \cdot 5w \cdot 4}{4y \cdot (-18z) \cdot 1} = \frac{15wx}{(-2yz)}$
	h) $\frac{15}{47} \cdot \frac{(-47)}{45} = (-1)$	p) $\frac{46pq}{3x} \cdot \frac{9x}{69q} \cdot \frac{2r}{2x} = \frac{46pq \cdot 9x \cdot 2r}{3x \cdot 69q \cdot 2x} = \frac{2pr}{x}$

Seite 24 Gemischte Operationen mit Bruchtermen	1 a) $\frac{5(e+f)}{16} - \frac{2(e+f)}{8} = \frac{5(e+f)}{16} - \frac{4(e+f)}{16} = \frac{5(e+f) - 4(e+f)}{16} = \frac{e+f}{16}$
	b) $\frac{7x}{4} - \frac{60x}{45} - \frac{6}{45} = \frac{7x}{4} - \frac{4x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{105x - 80x - 24}{60} = \frac{25x - 24}{60}$
	c) $\frac{5x}{3} - \frac{7 \cdot 4x}{42 \cdot 24} - \frac{7 \cdot 3}{42 \cdot 7} = \frac{5x}{3} - \frac{x}{9} - \frac{1}{4} = \frac{60x - 4x - 9}{36} = \frac{56x - 9}{36}$
	d) $\frac{21}{9} - \frac{66x}{9} + \frac{6x}{6} = \frac{42 - 132x + 18x}{18} = \frac{42 - 114x}{18} = \frac{6(7 - 19x)}{18} = \frac{7 - 19x}{3}$
	e) $\frac{14x}{4} - \frac{6x}{5} = \frac{70x - 24x}{20} = \frac{46x}{20} = \frac{23x}{10}$
	f) $\frac{3x}{4} - \frac{3 \cdot 6}{5} \left(\frac{2x}{10} + \frac{1}{3} \right) = \frac{3x}{4} - \frac{18 \cdot 2x}{5 \cdot 10} - \frac{48 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{3x}{4} - \frac{18x}{25} - \frac{6}{5} = \frac{75x - 72x - 120}{100} = \frac{3x - 120}{100} = \frac{3(x - 40)}{100}$

Seite 26 Gleichungen mit Bruchtermen (ohne Satzaufgaben)	a)	$\frac{10x}{3} - 2x = 5$	• HN (3)
		$10x - 6x = 15$	V
		$4x = 15$: 4
		$x = \frac{15}{4}$	$L = \left\{ \frac{15}{4} \right\}$
	b)	$\frac{2x}{3} - \frac{3}{2} = \frac{3x}{4}$	• HN (12)
		$8x - 18 = 9x$	- 8x
		$(-18) = x$	$L = \{-18\}$
	c)	$2 - \frac{2x}{5} = 6 - \frac{2x}{3}$	• HN (15)
		$30 - 6x = 90 - 10x$	+ 10x
		$30 + 4x = 90$	- 30
		$4x = 60$: 4
		$x = 15$	$L = \{15\}$
	d)	$\frac{2x+5}{5} = 3 - \frac{2x+1}{3}$	• HN (15)
		$6x + 15 = 45 - 5(2x+1)$	V
		$6x + 15 = 45 - 10x - 5$	V
		$6x + 15 = 40 - 10x$	+ 10x
		$16x + 15 = 40$	- 15
		$16x = 25$: 16
		$x = \frac{25}{16}$	$L = \left\{ \frac{25}{16} \right\}$

Seite 28 (Teil 1) Gleichungen mit Bruchtermen (Satzaufgaben)	a)	<p><u>Zustand jetzt:</u> Vater 39 Jahre Sohn 11 Jahre</p> <p>beide werden x Jahre älter, also</p> <p><u>Veränderung</u> Vater 39 + x Jahre Sohn 11 + x Jahre</p> <p><u>Vergleich</u> Vater ist dann doppelt so alt wie der Sohn \rightarrow Vater = 2 • Sohn</p> <p><u>Gleichung aufstellen</u> $39 + x = 2 \cdot (11+x)$ V</p> <p><u>Gleichung lösen</u> $39 + x = 22 + 2x$ -x</p> <p style="margin-left: 20px;">$39 = 22 + x$ - 22</p> <p style="margin-left: 20px;">$17 = x$</p> <p><u>Antwortsatz:</u> In 17 Jahren ist der Vater doppelt so alt wie der Sohn.</p>
	b)	<p>25 Tiere. Schweine und Hühner.</p> <p>Es hat also:</p> <p><u>Situation:</u> x Schweine mit je 4 Füßen \rightarrow 4 x Füße 25 - x Hühner mit je 2 Beine \rightarrow 2 (25-x) Beine</p> <p><u>Vergleich:</u> 10 Hühnerbeine mehr als $\frac{1}{3}$ der Schweinefüsse. $\rightarrow \frac{1}{3}$ Schweinefüsse + 10 = Hühnerbeine</p> <p><u>Gleichung aufstellen</u> $\frac{1}{3} \cdot 4x + 10 = 2 (25 - x)$ V</p> <p style="margin-left: 20px;">$\frac{4x}{3} + 10 = 50 - 2x$ • HN (3)</p> <p style="margin-left: 20px;">$4x + 30 = 150 - 6x$ + 6x</p> <p style="margin-left: 20px;">$10x + 30 = 150$ - 30</p> <p style="margin-left: 20px;">$10x = 120$:10</p> <p style="margin-left: 20px;">$x = 12$</p> <p><u>Antwortsatz:</u> Es hat 12 Schweine und 13 Hühner auf dem Hof (da x = Anzahl Schweine)</p>

c)	<p><u>Zustand jetzt:</u> Flughöhe von A: $\frac{3}{8}$ der Flughöhe von B = $\frac{3}{8}x$ Flughöhe von B: x beide fliegen 330 Meter höher, also</p> <p><u>Veränderung:</u> A: $\frac{3}{8}x + 330$ B: $x + 330$</p> <p>Dann fährt A auf einer Flughöhe von $\frac{4}{7}$ von A (neue Flughöhen verglichen!)</p> <p><u>Vergleich:</u> → A fährt neu auf $\frac{4}{7}$ von B</p> <p><u>Gleichung aufstellen:</u> $\frac{3}{8}x + 330 = \frac{4}{7} \cdot (x + 330)$ V</p> <p><u>Gleichung lösen:</u> $\frac{3x}{8} + 330 = \frac{4x}{7} + \frac{1320}{7}$ • HN (56)</p> <p>$21x + 18480 = 28x + 10560$ - 21x $18480 = 7x + 10560$ - 10560 $7920 = 11x$: 11 $720 = x$</p> <p><u>Antwortsatz:</u> B hat eine Flughöhe von 720 m, A eine solche von 270 m</p> <p><u>Bemerkung:</u> (x ist definiert als Höhe von B, A hat eine Höhe von $\frac{3}{8}x$, also $\frac{3}{8}$ von 720 = 270)</p>
d)	<p><u>Situation:</u> Lift A in 36 m Höhe Lift B in 81 m Höhe Jeder Lift steigt um x Meter, also</p> <p><u>Veränderung:</u> Lift A: $36 + x$ Lift B: $81 + x$</p> <p>Lift A hat eine neue Höhe von $\frac{4}{7}$ der Höhe von Lift B (neue Höhen verglichen)</p> <p><u>Vergleich:</u> → Lift A ist auf $\frac{4}{7}$ von Lift B</p> <p><u>Gleichung aufstellen</u> $36 + x = \frac{4}{7} \cdot (81 + x)$ V</p> <p>$36 + x = \frac{324}{7} + \frac{4x}{7}$ • HN (7)</p> <p>$252 + 7x = 324 + 4x$ -4x $252 + 3x = 324$ -252 $3x = 72$: 3 $x = 24$</p> <p><u>Antwortsatz:</u> Beide Lifte müssen um 24 Meter steigen. (x ist die Veränderung der Höhe!)</p>