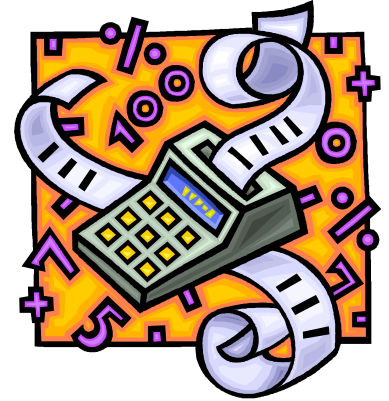


Name:



# Mathematik-Dossier „Prozentrechnen“


## Inhalt:

- Prozentrechnen – Wie geht das?
- Zinsrechnung als „Verwandte“ der Prozentrechnung
- Aufgaben zur Prozentrechnung

## Verwendung:

Dieses Dossier dient der Repetition und Festigung innerhalb der obgenannten Themen. Es beinhaltet einen kurzen Theorie-Teil, sowie verschiedene Übungen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden.

einfache Aufgaben sind mit einem  gekennzeichnet

schwierigere Aufgaben sind mit einem  gekennzeichnet.

Die Aufgaben müssen in der Freizeit (oder in der Hausaufgabenstunde) gelöst werden. Sie können jederzeit zur Kontrolle abgegeben werden, die Lösungen können aber auch selbständig verglichen werden.

**Wichtig:** Die Aufgaben erfordern ein konzentriertes Vorgehen. Es ist daher sinnvoll, mindestens während 15 Minuten am Stück daran zu arbeiten, mit Vorteil bearbeitest du ein ganzes Kapitel aufs Mal.



# 1. Prozentrechnen: Wie geht das?

## 1. Prozentrechnung – ein alltägliche Anwendung der Mathematik

Viel näher an der Realität kann ein mathematisches Thema nicht mehr sein. Denn Prozente aller Art prägen unseren Alltag, ob wir Mathematik mögen oder nicht. In jedem Einkaufsladen sind die Prozentzeichen an praktisch jedem Gestell angebracht, in jeder Zeitung wird von Statistiken, Ergebnissen und ähnlichem berichtet. Und jeder von uns wird früher oder später mit Zinsen (und damit Prozenten), Aktien, Fonds und / oder Leasing Bekanntschaft schliessen. Und überall gilt das Gleiche: Wer auch nur ein Bisschen mit diesen Prozenten rechnen kann wird besser abschneiden, weil er den zum Teil verwirrenden Angeboten nicht erliegen oder sich nicht über den „Tisch ziehen“ lassen wird. Mathematik als Versicherung vor Betrug und Wucher, sozusagen.

Die Prozentrechnung kommt unter anderem in folgenden Themenbereichen / Lebensbereichen vor:

- Einkaufen/Shoppen (Ausverkauf, Sonderverkauf, Aktionen etc.)
- Rabatte
- Statistiken und Grafiken
- Promille → z.B. im Strassenverkehr (Blutalkoholgehalt)
- Bank / Geldverkehr (Bankkonti mit Zinsen, Anlagen, Devisen, Börse...)
- Mehrwertsteuer / Verrechnungssteuer
- Versicherungen
- Steigungen und Gefälle (also in der Natur, im Dorf, unterwegs, Tour de Suisse, etc.)
- Umsätze, Gewinne und Verluste von Vereinen, Firmen, etc.

## 2. Was ist überhaupt ein „Prozent“ ?

Ein Prozent ist ein Begriff, der sich aus dem Lateinischen ableitet (und uns somit im Französisch oder Italienisch wieder begegnet). Die Vorsilbe „pro“ bedeutet auf Deutsch so viel wie „von“ und der Begriff „centum“ bedeutet „Hundert“. **Der Begriff „Prozent“ heisst also nichts anderes als „von Hundert“.**

Ein Verwandter ist der **Begriff „Promille“, welcher „von Tausend“ bedeutet.**

Anstelle von Prozenten oder Promillen können wir auch eine Bruchschreibweise verwenden.

Es gilt für alle  $a \in \mathbb{Q}$  (Definitionen):

$1\% \text{ von } a := \frac{1}{100} \text{ von } a = \frac{1}{100} \cdot a$	<b>1 PROZENT</b>
$1\text{‰} \text{ von } a := \frac{1}{1000} \text{ von } a = \frac{1}{1000} \cdot a$	<b>1 PROMILLE</b>

## 3. Begriffe und Ansatz der Prozentrechnung (und der Verwandten Zinsrechnung)

In der Prozentrechnung und ihrer Verwandten, der Zinsrechnung, verwenden wir die folgenden Begriffe:

<i>Begriffe Prozentrechnung</i>	<i>Symbol (Abkürzung)</i>	<i>Begriffe Zinsrechnung</i>	<i>Bedeutung</i>
Grundwert	k	Kapital	Das Ganze
Prozentsatz	p	Zinssatz	Bruchteile vom Ganzen (Hunderstel vom Ganzen)
Prozentwert	z	Jahreszins	Wert dieser Bruchteile

**In der Prozentrechnung verhalten sich alle Grössen proportional**, denn wenn ich von einem Ganzen mehr Bruchteile nehmen, ist diese Menge grösser. Wenn ich doppelt so viele Bruchteile nehmen, ist die Menge doppelt so gross. Und auch die dritte Denkfigur der Proportionalität „Keine Bruchteile – Keine Menge“ ist erfüllt. Wir können also jede Prozentrechnung als Proportionalität auffassen und behandeln. So lässt sich auch ein Ansatz aufstellen:

<i>Ansatz bei der Prozentrechnung</i>	<i>Ansatz mit Symbolen</i>	<i>Ansatz bei der Zinsrechnung</i>
Grundwert ----- 100%	k ----- 100%	Kapital ----- 100%
Prozentwert ----- Prozentsatz	z ----- p	Jahreszins ----- Zinssatz

Aus diesem Ansatz entstehen (mit dem „vertikalen Weg 1“) die folgenden Verhältnisgleichungen (Proportionen):

$$\frac{\text{Grundwert}}{\text{Prozentwert}} = \frac{100\%}{\text{Prozentsatz}} \qquad \frac{k}{z} = \frac{100}{p} \qquad \frac{\text{Kapital}}{\text{Jahreszins}} = \frac{100\%}{\text{Zinssatz}}$$

#### 4. Die Kernfrage der Prozentrechnung:

Die Prozentrechnung kann grundsätzlich in alle Richtungen betrieben werden oder – mit anderen Worten – man kann natürlich nach jeder beliebigen Grösse (Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz) suchen. **Doch schlussendlich ist es in jeder Rechnung entscheidend, den richtigen Grundwert zu verwenden.**

Prozentangaben sind immer auf einen Grundwert (das Ganze) bezogen. So lautet denn die Kernfrage auch immer



### WAS IST DER GRUNDWERT?

(Was ist das GANZE? Was sind 100%)

Um die Wichtigkeit dieser Frage genauer zu verstehen, dient folgendes Beispiel:

Ein speziell gut ausgerüstetes Velo kostet CHF 1500.--. Während der Tour de Suisse wird dieses gleiche Velo 8% billiger verkauft. Nach Ende der Tour wird der Preis wiederum um 8% erhöht. Wie viel kostet das Velo jetzt?

Diese Aufgabe hat einen logischen Ablauf:

1. Der Preis beträgt CHF 1500.--
2. Der Preis wird um 8% gesenkt (Dabei ist der Grundwert, also das Ganze der ursprüngliche Preis. Der Preis wird um 8% vom alten Preis verringert). **Grundwert: CHF 1500.--**

Ansatz:

CHF 1500.--	-----	100%	
CHF x	-----	8%	$x = \frac{1500 \cdot 8}{100} = 120.--$

Der Preis wird also um CHF 120.-- verringert, beträgt also 1380.--

Bemerkung: Man könnte im Ansatz direkt 92% einsetzen ( $100\% - 8\% = 92\%$ ). So kann direkt der neue Preis berechnet werden.

3. Der Preis wird um 8% erhöht (Dabei ist der Grundwert, also das Ganze der momentan Preis vor der Erhöhung, denn der Preis wird ja um 8% vom momentanen Preis erhöht.) **Grundwert: CHF 1380.--**

Ansatz:

CHF 1380.--	-----	100%	
CHF x	-----	8%	$x = \frac{1380 \cdot 8}{100} = 110.40$

Der Preis wird also um CHF 110.40 erhöht, beträgt also neu 1490.40

Bemerkung: Man könnte im Ansatz direkt 108% einsetzen ( $100\% + 8\% = 108\%$ ). So kann direkt der neue Preis berechnet werden.



In diesem Beispiel sieht man exemplarisch, dass die Veränderung des Grundwertes auch dazu führt, dass der sich Prozentwert für den gleichen Prozentsatz (hier 8%) ebenfalls ändert.

Aus diesem Grund führt eine Preissenkung um 8% und eine spätere Preiserhöhung um 8% nicht wieder zum Ausgangspreis.

### 5. Der Zusammenhang zwischen Bruchzahlen und Prozenten:

Da ein Prozent ja eigentlich nichts anderes ist als ein Bruch mit dem Nenner 100, können wir grundsätzlich jeden Prozentwert auch also Bruch darstellen:

$$8\% = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

Auf diese Weise lässt sich jeder Prozentwert einfach als Bruch schreiben. Anstelle des Prozentzeichens den Nenner 100 hinschreiben und dann soweit kürzen wie möglich.

Umgekehrt kann jeder Bruch als Prozentzahl geschrieben werden (Dabei ist der Grundwert jeweils die Zahl 1)

$$\frac{3}{15} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 100}{15} = 20, \text{ also } \frac{3}{15} = 20\%$$

Es gibt dabei auch die Möglichkeiten, den Wert des ursprünglichen Bruchs zu berechnen:

$$\frac{3}{15} = 0.2 \text{ (das sagt der Rechner). Und 0.2 sind ja bekanntlich 2 Zehntel, also } \frac{2}{10} \text{ und das sind } \frac{20}{100}, \text{ also } 20\%.$$

**Allgemein gilt: Dezimalzahl • 100 = Prozentwert (z.B.: 0.23 = 23%)**

Es gibt allerdings einige Brüche, deren Prozentwerte man sich merken muss (und umgekehrt). Die nicht vollständige Liste gleich hier:

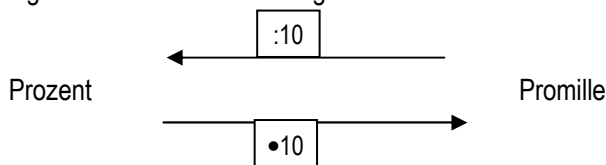
Bruch (gekürzt)	Dezimal	Prozentwert
$\frac{1}{2}$	0.5	50%
$\frac{1}{3}$	0.3333	33.333%
$\frac{1}{4}$	0.25	25%
$\frac{1}{5}$	0.20	20%
$\frac{1}{8}$	0.125	12.5%
$\frac{1}{10}$	0.1	10%
$\frac{1}{20}$	0.05	5%
$\frac{1}{40}$	0.025	2.5%
$\frac{1}{50}$	0.02	2%
$\frac{1}{100}$	0.01	1%

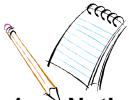
### 6. Der Zusammenhang zwischen Prozent und Promille:

Bekanntlich ist ein Prozent ein Hunderstel eines Ganzen. Ein Promille ist dagegen ein Tausendstel eines Ganzen. Folglich gilt:

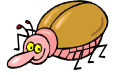
$$1\% = 10\text{‰} \quad (\text{weil } \frac{1}{100} = \frac{10}{1000}) \quad \text{und} \quad 1\text{‰} = 0.1\% \quad (\text{weil } \frac{1}{1000} = \frac{0.1}{100})$$

Allgemein gilt also für die Umrechnung zwischen den beiden Einheiten:





## Aufgaben „Prozentrechnung“



### 1. Notiere als möglichst einfachen Bruch:

a) 25 %

b) 30 %

c) 75 %

d) 4 %

e)  $33\frac{1}{3}$  %

f)  $12\frac{1}{2}$  %

### 2. Notiere in Prozent (wenn nötig auf eine Dezimalstelle genau)

a)  $\frac{1}{5}$

b)  $\frac{5}{4}$

c)  $\frac{37}{20}$

d)  $\frac{7}{40}$

e)  $\frac{2}{3}$

f)  $\frac{3}{16}$

### 3. Notiere in Promille (wenn nötig auf eine Dezimalstelle genau)

a)  $\frac{3}{200}$

b)  $\frac{23}{250}$

c)  $\frac{11}{40}$

d)  $\frac{7}{80}$

e)  $\frac{17}{800}$

f)  $\frac{3}{750}$

### 4. Notiere in Promille

a) 32 %

b) 7.9 %

c)  $1\frac{1}{8}$  %

d) 1.003%

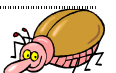
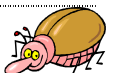
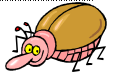
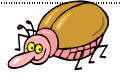
### 5. Notiere in Prozent

a) 530 ‰

b) 21.7 ‰

c)  $12\frac{1}{2}$  ‰

d) 0.05 ‰

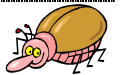


6. Berechne den Prozent- oder Promillewert (löse mit Hilfe eines Ansatz!)



- a)  $12\frac{1}{2}\%$  von 696 = \_\_\_\_\_
- b)  $33\frac{1}{3}\%$  von 9630 = \_\_\_\_\_
- c)  $16\frac{2}{3}\%$  von 2520 = \_\_\_\_\_
- d) 26‰ von 1589 = \_\_\_\_\_

7. Rechne aus (löse mit Hilfe eines Ansatz!):




- a) Wie viel % sind 150 von 2000? \_\_\_\_\_
- b) Wie viel % sind 64 von 240? \_\_\_\_\_
- c) Wie viele ‰ von 150 sind 450? \_\_\_\_\_
- d) Wie viel % sind 315, wenn der Grundwert 250 ist? \_\_\_\_\_
- e) Welches ist der Grundwert, wenn 13% 9100 sind? \_\_\_\_\_

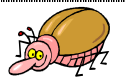
8. Rechne aus:



- a) 17 % von 2616 sind ? \_\_\_\_\_
- b) 7,5 ‰ von 2616 sind ? \_\_\_\_\_
- c) Wenn 22,5 % 2616 sind, dann ist der Grundwert ? \_\_\_\_\_
- d) 7,5 ‰ sind 2616. Grundwert ? \_\_\_\_\_
- e) Welche Zahl ist um 4 % grösser als 2616 ? \_\_\_\_\_

- f) Welche Zahl ist um 5 % kleiner als 2616 ? \_\_\_\_\_
- g) Vergrößert man eine Zahl um 6 %, so erhält man 2616. Wie heisst sie ? \_\_\_\_\_ 
- h) Vorher 2616; jetzt 2700; Vergrößerung in % ? \_\_\_\_\_
- i) Gegeben sind die zwei Zahlen 2616 und 2166. Gib die zweite in % der ersten an. \_\_\_\_\_
- k) Gleiche Zahlen wie i). Gib die erste in % der zweiten an. \_\_\_\_\_
- l) Gleiche Zahlen wie i). Um wieviel % ist die zweite Zahl im Vergleich zur ersten verkleinert worden? \_\_\_\_\_

**9. Gib die Prozente in Bruchteilen an und umgekehrt.**



- a)  $\frac{1}{20} =$  \_\_\_\_\_
- b)  $\frac{1}{50} =$  \_\_\_\_\_
- c)  $12\frac{1}{2} \% =$  \_\_\_\_\_
- d)  $14 \% =$  \_\_\_\_\_
- e)  $\frac{3}{25} =$  \_\_\_\_\_
- f)  $4\% =$  \_\_\_\_\_

**10. Zerlege eine Strecke von 144cm so in zwei Stücke, dass .... (arbeite mit Hilfe einer Skizze)**



- a) der zweite Teil 20 % des ersten ausmacht: \_\_\_\_\_
- b) der zweite Teil um 20 % länger ist als der erste. \_\_\_\_\_
- c) der erste Teil um 20 % kürzer ist als der zweite \_\_\_\_\_
- d) 50 % des zweiten Teils gleichgross sind wie  $\frac{1}{3}$  des ersten Teils. \_\_\_\_\_

11. Herr Dick kauft einen Oldtimer, stellt ihn instand und verkauft ihn mit 20 % Gewinn an Herrn Lang. Der kann ihn nicht behalten und muss mit einer Einbusse von 30 % an Herrn Kurz weiterverkaufen. Herr Kurz bezahlt CHF 22'470.–



a) Welchen Preis musste Herr Dick selber bezahlen?

.....

.....

.....

b) Wie viel % billiger als Herr Dick hat Herr Kurz das Fahrzeug erhalten?

.....

.....

.....

12. Man vergrößert man einen Betrag um 30% und verkleinert den neuen Betrag danach um 20%. So erhält man einen Betrag von CHF 480.--. Welches war der ursprüngliche Betrag?



.....

.....

.....

.....

.....

13. Auf einem Sparheft liegt ein Guthaben von CHF 5975.25. Welchen Zinsertrag (Jahreszins) kann man erwarten, wenn der Zinssatz 0.75% beträgt?



.....

.....

.....

.....

.....

14. Ein Sparheft wies anfangs Jahr ein Guthaben von CHF 1337.60 auf. Wie gross war das Guthaben zu Beginn des Vorjahres, wenn der Zinssatz 4.5 % betrug und keine Veränderungen des Guthabens vorgenommen worden sind?



.....

.....

.....

.....

.....



15. Die Bevölkerungszahlen von Afrika präsentieren sich wie folgt:

1930: 164 Mio Einwohner  
1970: 344 Mio Einwohner  
1990: 642 Mio Einwohner



- a) Berechne die Bevölkerungszunahme von 1930 bis 1970
- b) Berechne die Bevölkerungszunahme von 1930 bis 1990
- c) Welchem Prozentsatz entspricht die Bevölkerungszahl von 1970 in Bezug auf 1990?

---

---

---

---

---

---

---

---

16. Ein Mofabesitzer schreibt vom Neuwert seines Töfflis im ersten Jahr 30 % ab. Im zweiten Jahr schreibt er es nochmals um 25 % auf CHF 600.- ab. Wie viel kostete das Mofa neu (auf CHF genau)?



---

---

---

---

---

---

---

---

17. Während der Sommerferien werden die Preise in den Sportgeschäften der Wintersportorte um 20% gesenkt. Wie stark müssen die Preise für den Herbst erhöht werden, wenn man die ursprünglichen Preise wieder erreichen will?



---

---

---

---

---

---

---

---

18. Eine Strecke von 520cm Länge wird um 40% vergrößert. Die neue Strecke wird wiederum um 30% länger gemacht. Wie lang ist die Strecke am Schluss?



---

---

---

---

---

---

---

---

19. Wie viel Prozent der Ausgangs-Strecke beträgt die Endstrecke, wenn man zuerst um 34% vergrößert und danach um 21% verkleinert hat?



---

---

---

---

---

---

---

---

20. Vervollständige die Tabelle:



Kapital k am Anfang des Jahres (CHF)	Zinssatz	Jahreszins (CHF)	Guthaben am Ende des Jahres (CHF)
9875.--	3.25%		
	0.75%	238.--	
2987.--			2999.90
	1.5%		3008.20
		2368.--	12369.60

Ausrechnungen:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

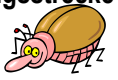
21. Betrachte die folgende Statistik über Unfälle nach Unfallort (SUVA, 2005)



- Wie gross ist der Prozentsatz aller Unfälle (bezüglich des ganzen Landes), die im Kanton Zürich 2003 total passiert sind?
- Berechne die Veränderung der Unfälle im Kanton Bern von 2002 zu 2003
- Wie viel Prozent aller Unfälle passierten 2002 im Kanton Sankt Gallen?
- Berechne den Prozentsatz der Nicht-Berufs-Unfälle (NBUV) im Kanton Zürich bezüglich aller Unfälle im Kanton Zürich 2003.

Kanton	2002	2003	BUV	NBUV	LVAL
	Total	Total			
ZH	88 694	92 750	35 278	55 130	2 342
BE	79 286	82 804	27 621	53 418	1 865
LU	28 317	29 269	11 431	17 437	401
UR	3 183	3 421	858	2 523	40
SZ	11 254	11 708	3 401	8 006	301
OW	4 239	4 867	1 266	3 561	40
NW	2 858	3 122	969	2 023	140
GL	4 149	3 961	1 196	2 644	121
ZG	7 572	8 136	2 874	5 082	180
FR	17 730	18 284	6 122	11 700	462
SO	19 567	19 822	7 147	12 195	480
BS	15 299	15 927	7 918	7 529	480
BL	18 948	19 346	7 672	11 354	320
SH	5 091	4 798	1 855	2 803	140
AR	3 342	3 636	1 253	2 282	101
AI	1 069	1 424	463	941	20
SG	38 899	40 280	15 028	24 248	1 004
GR	29 873	31 666	8 711	22 524	421
AG	39 195	41 687	16 047	24 700	940
TG	17 627	18 174	6 895	10 868	421
TI	28 504	29 596	11 630	16 942	1 024
VD	49 697	46 791	17 974	27 217	1 600
VS	30 656	33 842	9 550	23 399	903
NE	12 939	13 400	4 945	8 033	422
GE	26 003	26 836	10 230	14 725	881
JU	7 051	5 859	2 315	3 324	220
Nicht zuteilbar	66 881	61 276	21 342	38 813	1 121
Total	657 923	671 672	241 871	413 411	16 390

22. Eine Strecke wird um 29‰ vergrößert und danach um 23‰ verkleinert. Wie viele Promille der Ausgangsstrecke ist sie danach?



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

23. Eine Strecke wird um 122‰ vergrößert und danach um 120‰ verkleinert. Um wie viele Promille muss die entstandene Strecke nun vergrößert werden, damit sie am Schluss doppelt so lang ist, wie am Anfang?



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

24. Heinz erklärt eine Statistik und meint: „Der Umsatz der Firma ist um 34% gestiegen und beträgt jetzt grossartige 1,24 Milliarden Franken. Wie gross war dem Umsatz vorher?“



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

25. Eine Messinglegierung enthält 68% Kupfer und 32% Zink. Nun soll aus dieser Legierung eine neue Legierung hergestellt werden. Zu diesem Zweck wird die Zinkmenge um 50% erhöht. Um wie viele Prozente muss nun die Kupfermenge erhöht werden, damit in der neuen Legierung 60% Kupfer und 40% Zink enthalten sind?



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---